CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för geoteknik

Särtryck och preliminära
rapporter nr 37

Approximativ bestämning av böjstyvheten i ett förspänt, delvis uppsprucket betongtvärsnitt.

Bo Göran Hellers *)

INGENIÖRSVETENSKAPSAKADEMIEN
PÅLKOMMISSIONEN

INGENJÖRSVETENSKAPSAKADEMIEN
Pålkommissionen

Särtryck och preliminära
rapporter nr 37

Approximativ bestämning av böjstyvheten i ett förspänt, delvis uppsprucket betongtvärsnitt.

Bo Göran Hellers *)

*) Tekn. lic., Statens institut för byggnadsforskning

Stockholm 1973

De i rapporten framförda åsikterna är författarens och behöver icke vara pålkommissionens ståndpunkt.

Pris 15 kr

FÖRORD

Förspänning av pålar med armeringsstål med låg sträckgräns, kalldraget Ks 40 eller Ks 60, har blivit en allmän teknik. Eftersom förspänningskraften i detta fall hör samman med en låg armeringstöjning är tekniken känslig för alla töjningsförluster.

Omvänt gäller att delvis uppspridning av förspända tvärsnitt uppkommer vid ganska låg momentbelastning.

En påle bör kunna stöta på, böja av och passera ett mindre hinder som t. ex. ett stenblock utan att pålen bryts sönder. Kombinationen av påkänningar och böjstyvhet för ett uppsprucket tvärsnitt ger ledning vid bedömningen i ett praktiskt fall.

Man har därvid saknat en enkel metod för bestämningen av böjstyvheten som funktion av det pålagda böjande momentet. I detta arbete anvisas en enkel approximativ metod.

Arbetet är utfört i Påldimensioneringsgruppen inom IVA:s pålkommission.

Stockholm i maj 1973

I praktiken, som t ex för pålar, används ordinära kamstål, Ks 40 kalldraget eller Ks 60, som förspänningsstål. Eftersom den effektiva töjningen av dessa stål inte blir särdeles stor kallas tekniken ibland för delvis förspänning.

Det är en självklar följd av att töjningen är liten att förspänningen är mycket känslig för alla töjningsförluster, orsakade av krympning eller annat.

I en tidigare rapport [1] har författaren berört frågan om kvarstående förspänningskraft efter slagning. I det sammanhanget befanns den effektiva böjstyvheten för ett delvis uppsprucket betongtvärsnitt vara en användbar parameter för jämförelse mellan teoretiska och praktiska värden. En approximativ beräkningsmetod föreslogs av professor Henrik Nylander. Denna kom då ej till användning beroende på att tvärsnittet var relativt komplicerat ur beräkningssynpunkt, cirkulärt med sex Ks 60 med jämn delning i ringform.

Här skall approximationen beskrivas och illustreras i ett enklare exempel, en dubbelsymmetriskt armerad balk med rektangulärt tvärsnitt. Approximationen jämförs med resultat från en mer invecklad beräkning, som här kallas "exakt" metod. Denna metod har använts i [1] .
Tvärsnitt med beteckningar framgår av FIG 1.

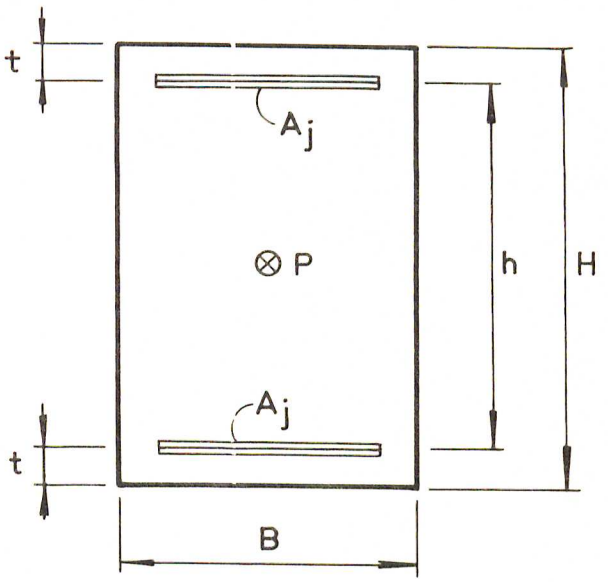

FIG 1. Förspänd dubbelarmerad balk

Exakt metod

P är den effektiva förspänningskraften på tvärsnittet efter det att man släppt förspänningsstålens mekaniska förankringar. Mot detta tillstånd svarar en töjning ε_{o_j} i järnen och en stukning ε_{o_b} av betongen.

Jämviktsekvationen lyder

$$P = \varepsilon_{o_j} E_j 2A_j = \varepsilon_{o_b} E_b (A - 2A_j) \approx \varepsilon_{o_b} E_b A \qquad (1)$$

Då de mekaniska förankringarna släppts har förspänningskraft förlorats svarande mot stukningen ε_{o_b}. Förlusten betecknas ΔP.
Med hjälp av ekv (1) kan denna lätt beräknas

$$\Delta P = \varepsilon_{o_b} E_j 2A_j \approx \frac{P}{E_b A} E_j 2A_j = P n \mu_j \qquad (2)$$

där

$$n = \frac{E_j}{E_b}$$

$$\mu_j = \frac{2A_j}{A} \qquad (3)$$

Om den mekaniskt förankrade spännkraften betecknas P^* gäller därför

$$P^* = P + \Delta P = P(1 + n\mu_j) \qquad (4)$$

I ett momentbelastat stadium då tvärsnittet är delvis uppsprucket är böjstyvheten reducerad. De därmed sammanhängande töjningarna visas i FIG 2, där Bernoulli's antagande om att plana tvärsnitt förblir plana vid böjning har utnyttjats.

För tydlighets skull har förhållandena för betongen och järnen särskilts.

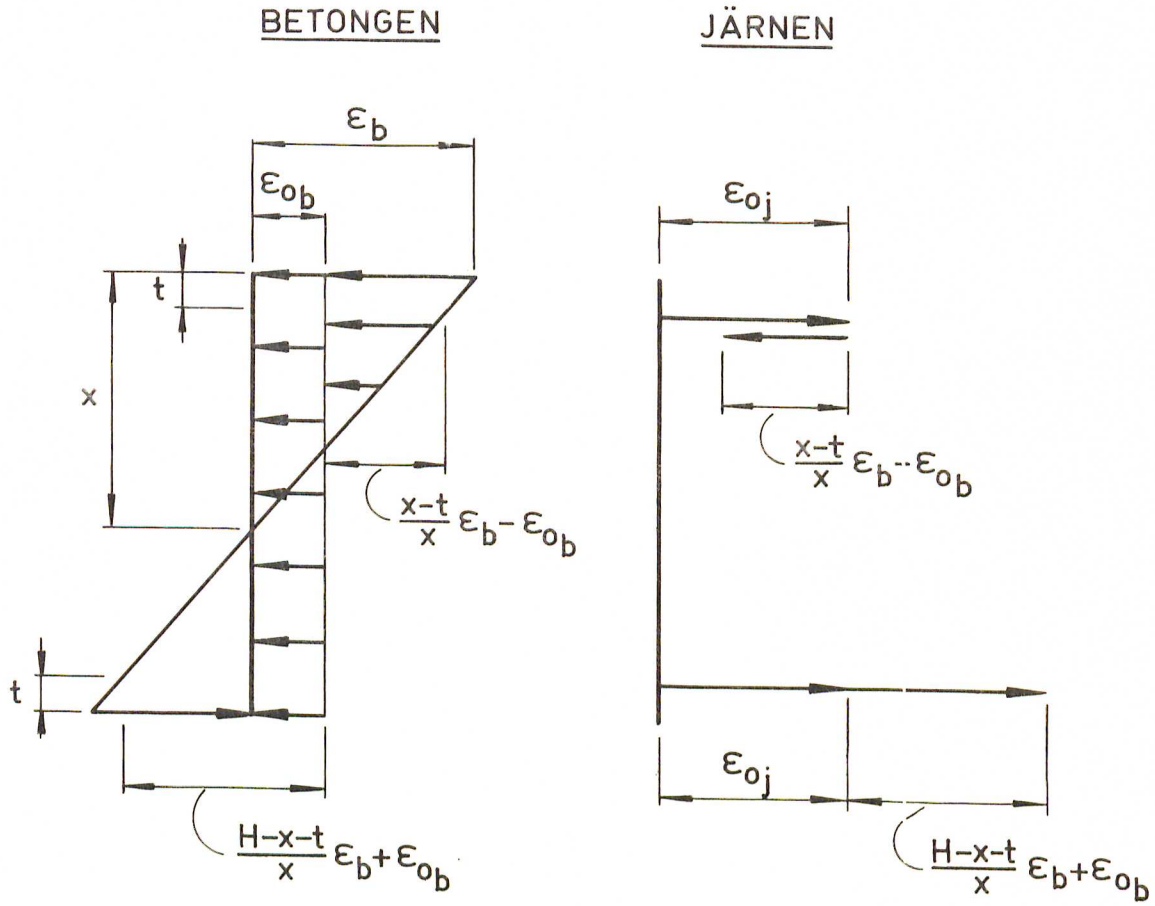

FIG 2. Töjningsfördelning i ett momentbelastat stadium

De till töjningarna hörande spänningarna visas i FIG 3, där Hooke's lag antagits gälla och där man bortsett från betongens draghållfasthet.

I FIG 3a har alla uppträdande spänningar i tvärsnittet tagits med. Det visar sig emellertid praktiskt att komplettera spänningarna så att krafterna på tvärsnittet föreligger som två motverkande kraftpar, se FIG 3b.

Jämviktsekvationerna lyder

$$\rightarrow \quad A_j E_j \left[2(\varepsilon_{o_j} + \varepsilon_{o_b}) + \frac{H-2x}{x} \varepsilon_b \right] - xB \frac{E_b \varepsilon_b}{2} = 0 \qquad (5)$$

$$\curvearrowright \quad M = xB \frac{E_b \varepsilon_b}{2} (H-t-\frac{x}{3}) - A_j E_j \left[\varepsilon_{o_j} + \varepsilon_{o_b} - \frac{x-t}{x} \varepsilon_b \right] (H-2t) \qquad (6)$$

ε_b kan lösas ur ekv (5)

$$\varepsilon_b = n \frac{2A_j (\varepsilon_{o_b} + \varepsilon_{o_j})}{\frac{xB}{2} - \frac{H-2x}{x} nA_j} \qquad (5')$$

Observera att $\varepsilon_b \rightarrow \infty$ då nämnaren i ekv (5') går mot noll. Detta inträffar då

$$x = \sqrt{(\frac{2nA_j}{B})^2 + \frac{2nHA_j}{B}} - \frac{2nA_j}{B} \qquad (7)$$

vilket anger läget för neutrala lagret för ett icke förspänt uppsprucket tvärsnitt.

Insättning från ekv (5') och ekv (1) ger formeln

$$M = \frac{E_b \varepsilon_b}{2} \left\{ xB (\frac{H}{2} - x) + nA_j \left[\frac{(H-2t)^2}{x} - 2t \right] \right\} \qquad (6')$$

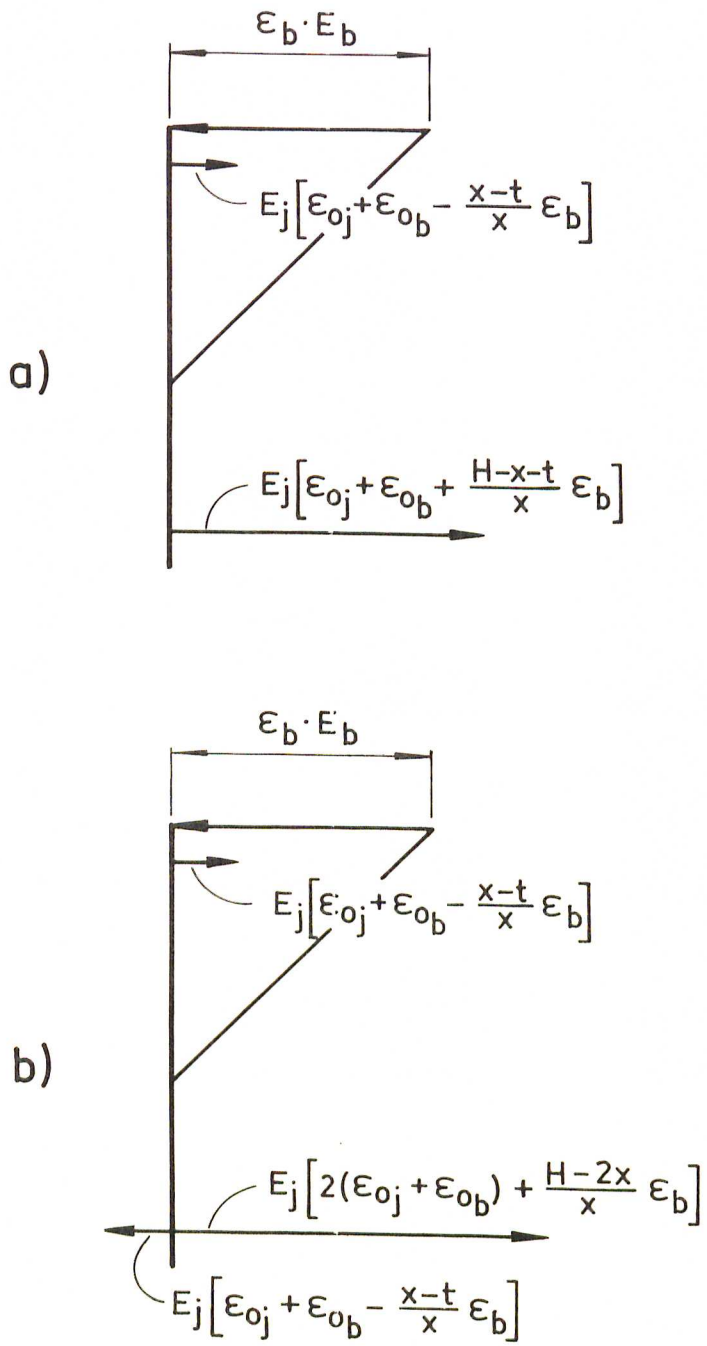

FIG 3. a) Spänningsfördelning (från betongens draghållfasthet bortses)

b) Spänningsfördelningen kompletterad genom att kraften i den dragna armeringen uppdelats i två komponenter (från betongens draghållfasthet bortses)

För $x \leq H$ gäller för den effektiva böjstyvheten

$$(EI)_{eff} = \frac{M \cdot x}{\varepsilon_b} \qquad (8)$$

Ekvationerna (5'), (6') och (8) bildar ett system, där förhållandet x/H är gemensam parameter. I ett praktiskt fall bestämmer man först tvärsnittets geometri och lämplig förspänningskraft. Initialtöjningarna kan då beräknas. Därpå väljer man en serie värden på x/H och beräknar sammanhörande värden på M och $(EI)_{eff}$.

Approximativ metod

Beräkningsgången anges i punkter. Givna storheter är tvärsnittsdimensioner, förspänningskraften P och armeringen på dragna sidan A_j.

1. Välj en armeringsspänning σ_j.

   Bestäm en fiktiv armeringsarea

   $$A'_j = \frac{P}{\sigma_j}$$

2. Bestäm för en ideell armeringsarea

   $$A_J = A_j + A'_j$$

   i dragjärnens läge det mot σ_j svarande momentet M_p

3. $M_p = M + P \cdot e$

   där M är yttre pålagt moment och e anger förspänningskraftens excentricitet med avseende på dragarmeringens centrum.

4. $$(EI)_{eff} = \frac{M(h-x)\, E_j}{\sigma_j}$$

   bestämmer effektiva böjstyvheten.

Obs att armeringsspänningen σ_j utgör ett tillskott till den initiella armeringsspänningen av förspänningen på det oböjda tvärsnittet. Den verkliga armeringsspänningen på den dragna sidan utgör summan av σ_j och den pålagda spänningen enligt ekv (1).

Exempel

$B = h = 20$ cm

$H = 30$ cm

$A_j = 3\ cm^2$

$t = 5$ cm

$P = 20$ Mp

$E_b = 5 \cdot 10^5\ kp/cm^2$

$E_j = 2{,}1 \cdot 10^6\ kp/cm^2$

Härav följer

$\varepsilon_{o_j} = 1{,}587$ o/oo

$\varepsilon_{o_b} = 0{,}067$ o/oo

$n = 4{,}2$

Lösningen har genomförts enligt "exakt" och approximativ metod. Resultaten visas i FIG 4.

Båda metoderna ger ett asymptotiskt närmande, då det pålagda momentet växer, till lösningen för helt uppsprucket tvärsnitt utan draghållfasthet.

Överensstämmelsen mellan resultaten är god i hela intervallet från osprucket till helt uppsprucket tvärsnitt.

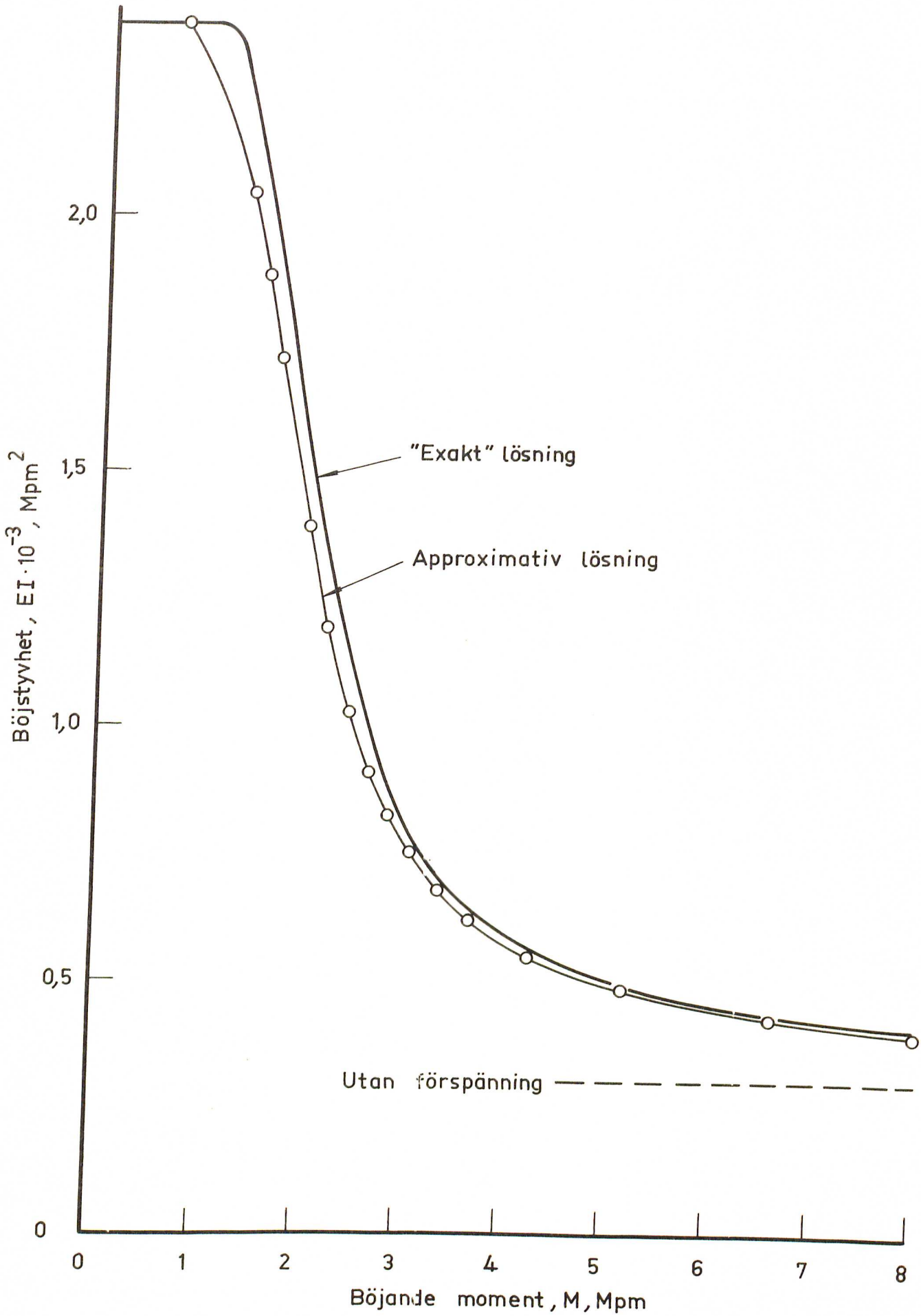

FIG 4. Böjstyvhet som funktion av pålagt böjande moment

Referens

Hellers, B G.

Kvarstående förspänningskraft i slagna betongpålar.

Undersökning av pålar från grunden till Silo 68, Köping

Särtryck och preliminära rapporter no 13,

IVAs Pålkommission, 1968.