

PÅLKOMMISSIONEN

Commission on Pile Research

Transversalbelastade pålar – statiskt verkningssätt och dimensioneringsanvisningar

PER-OLA SVAHN
CLAES ALÉN

Linköping 2006

rapport 101

PÅLKOMMISSIONEN

Commission on Pile Research

rapport 101

Transversalbelastade pålar
– statiskt verkningsätt och
dimensioneringsanvisningar

PER-OLA SVAHN
CLAES ALÉN

Linköping 2006

Rapport	Pålkommissionen 581 93 Linköping
Beställning	Statens geotekniska institut Biblioteket Tel: 013-20 18 04 Fax: 013-20 19 14 e-post: info@swedgeo.se internet: www.palkommissionen.org
ISSN	0347-1047
ISRN	IVA/PAL/R--06/101--SE
Upplaga	600
Tryck	Roland Offset AB, Linköping, april 2006

Förord

Dimensioneringsmetoder för pålar har utvecklats väsentligt de senaste decennierna. Konsistenta beräkningsmodeller har införts, där både pålelementets lastkapacitet och dess geotekniska bärförmåga kontrolleras. I Sverige används av tradition företrädesvis slanka pålar och tidigare dimensioneringsanvisningar har därför av naturliga skäl fokuserat på axiellt belastade pålar, där knäckning av pålelementen i omgivande jord speciellt betonats. Pålar används emellertid ofta i mer generella belastningssituationer och därför har behovet av att formulera dimensioneringsanvisningar för pålar som belastas såväl axiellt som transversellt successivt ökat.

Ett projekt startades därför med uppgift att formulera dimensioneringsanvisningar för sådana pålar. Pålkommisionen genom Leif Jendeby var initiativtagare till projektet och det bildades en ursprunglig arbetsgrupp bestående av Claes Alén, Per-Evert Bengtsson och Gunnar Holmberg. Efter ett inledande arbete engagerades även Per-Ola Svahn i arbetet. Han har sedan skrivit merparten av texten och även ställt samman bilagorna med elementarfall. Projektet har finansierats av Pålkommisionen och SBUF.

Målet med arbetet har varit att föreslå en metod för analys och dimensionering av både axiellt och transversellt belastade pålar. Ambitionen har varit att den föreslagna metoden ska ha ungefär samma förenklingsgrad som de metoder som hittills använts vid dimensionering av axiellt belastade pålar. Dessa metoder betraktar pålen som en axiellt belastad balk som är sidostöttad av ett medium med elastoplastiska egenskaper. Ett fundamentalt antagande vid enbart axiellt belastade pålar är också att pålen är styrd i sin övre del. Detta antagande måste emellertid justeras då pålen även belastas transversellt i påltoppen, vilket medför en inte helt trivial komplikation ur beräkningssynpunkt. Detta innebär också att framställningen med nödvändighet är mer komplex än den normalt brukar vara i Pålkommisionens rapporter.

Föreliggande rapport inleds med att motivera och ge bakgrunden till de förenklingar som införts. Därefter redovisas en axial- och transversalbelastad påles principiella verknings-sätt vid olika belastningsnivåer. Denna genomgång är strängt taget tillräcklig för att på egen hand genomföra analyser, men för att öka den grundläggande förståelsen av problemställningen redovisas en fördjupad teoretisk härledning av analytiska uttryck. Vår förhoppning har varit att denna teoretiska utveckling ska tydliggöra modellens möjligheter och begränsningar.

Tekniskt, matematiskt komplexa problem analyseras idag ofta numeriskt med finita element modeller. Det är rimligt att anta att detta kommer att gälla även för transversalbelastade pålar. För att kunna göra detta på ett tillfredställande sätt krävs då att den modell man tillämpar kan hantera såväl pålens som den omgivande jordens egenskaper på ett relevant sätt. Vår uppfattning är att detta inte är en självklarhet för idag tillgängliga, kommersiella program. I synnerhet inte då man kombinerar transversallast och axiallast varför pålens knäckningsegenskaper därför har en avgörande betydelse. De i rapporten presenterade analytiska uttrycken utgör därför ett komplement till andra numeriska modeller genom att de kan användas för att validera dessa.

Avslutningsvis redovisas fyra exempel på i praktiken vanligt förekommande pålar som är både axiellt och transversellt belastade, och hur dessa kan dimensioneras med hjälp av den föreslagna beräkningsmetoden. Förhoppningsvis bidrar dessa exempel till att öka förståelsen för den praktiska användningen av den i vissa stycken ganska teoretiska framställningen.

Göteborg, mars 2006

Per-Ola Svahn och Claes Alén

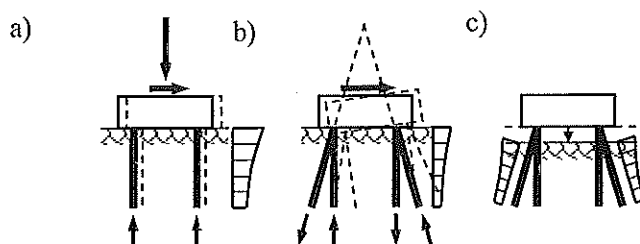
Innehållsförteckning

Förord	iii
Sammanfattning	vii
Summary	viii
Beteckningar	ix
Romerska stora bokstäver	ix
Romerska små bokstäver	ix
Grekiska stora bokstäver	x
Grekiska små bokstäver	x
Index	xi
1. Bakgrund	1
2. Allmänna förutsättningar	4
2.1 Installation	4
2.2 Beräkningsmodeller	4
2.3 Belastningssituation	6
2.4 Jordens sidomotstånd	7
2.4.1. Arbetskurva	7
2.4.2. Flyttryck –plasticering i jord	9
2.4.3. Bäddmodul	10
2.4.4. Grupp-effekt	14
2.5 Pålelementets lastkapacitet	15
3. Grundläggande verkningsätt	16
3.1 Bakgrund och sammanfattning	16
3.2 Kort och lång påle	17
3.3 Enskild påle	19
3.3.1. Låg belastning – elastisk respons i påle och jord	19
Transversalbelastad påle utan normalkraft	19
Transversalbelastad påle med normalkraft	21
3.3.2. Måttlig belastning – elastisk respons påle, plastisk respons i jord	33
Transversalbelastad påle utan normalkraft	33
Transversal- och normalkraftsbelastad påle	34
3.3.3. Hög belastning – plasticering i jord och påle	42
Transversalbelastad påle utan normalkraft	42
Transversal- och normalkraftsbelastad påle	43

Summary

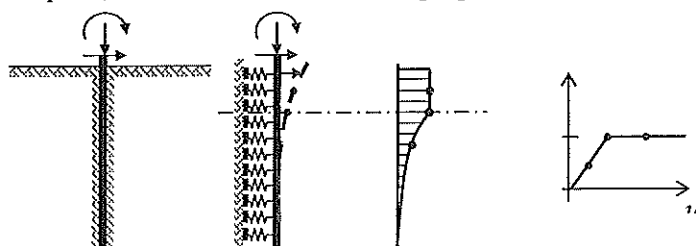
Laterally loaded piles

When slender piles are used for foundation, the horizontal loads often are transferred to the ground by using inclined, mainly axially loaded, piles. However, in many cases the piles become laterally loaded. In the figure below three such examples are given.



a) Vertical piles give an effective construction and small horizontal loads can be transferred to the ground by lateral loaded piles. b) As a piled foundation often is transversally displaced in some load combination, the single piles are laterally loaded. c) Settlement of the ground gives vertical relative displacement between the pile and the soil, whereby the inclined piles are laterally loaded.

In this report a simplified, but carefully worked out, method for analyses of an axially and laterally loaded pile is presented. The pile itself is assumed to be elastic, while the subgrade reaction is taken into account by applying a non-linear bed modulus. The ground is divided in two layers. As small displacements are obtained in the lower layer, the bed modulus is elastic here. However, in the upper layer, close to the ground surface, large displacement may be present and inelastic deformation in the interaction between pile and soil can be obtained. Additional load effect due to axial loading is important for the design of piles, and hence included in the proposed model.



Different models for laterally loaded piled are outlined in the report. Initially, the subgrade reaction on the pile is discussed. Moreover, the basic mechanical behaviour of the pile is studied thoroughly for three different levels of loading, 1) low loading/elastic response in piles and ground, 2) moderate loading/ elastic response in piles, plastic response in ground and 3) high loading/ plastic response in piles and ground. Important special cases are presented in appendices.

Finally, in four examples the usage of the proposed model for analyses and design of piles are presented.

- 1) Retention wall with vertical piles – Axial loading of piles not considered.
- 2) Retention wall with vertical piles – Axial loading of piles considered.
- 3) Pile group for bridge column and
- 4) Inclined piles laterally loaded due to ground settlements.

Beteckningar

Romerska stora bokstäver

A	Area
C	Flexibilitets (komplians) funktion
E	Elasticitetsmodul
F	Kraft
I	Yttröghetsmoment
K_u	Bäddmodul för balk (SI-enhet N/m ²)
K_p	Jordtryckskoefficient, passivt tryck
L	Längd
L_g	Karakteristisk längd, balk på fjädrande bädd
L_{g1}, L_{g2}	Karakteristiska längder, balk på fjädrande bädd med normalkraft
M	Moment
N	Normalkraft
N_c	Bärighetsfaktor, kohesionsjord
N_ϕ	Bärighetsfaktor, friktionsjord
U	Fördelad last
V	Tvärkraft

Romerska små bokstäver

b	Påles bredd
$b = \frac{N}{EI}$	Dimensionslös parameter för normalkraft för balk på fjädrande bädd.
$c = \frac{K_u}{EI}$	Dimensionslös parameter för bäddmodul för balk på fjädrande bädd.
c_u	Odränerad skjuvhållfasthet
d	Effektiv höjd för armerad betong.
f	Allmän beteckning för materialhållfasthet
h	Påles höjd

k_u	Parameter för bestämning av bäddmodul i kohesionsjord
k_s	Parameter för bestämning av bäddmodul i friktionsjord
m	Rotation
p	Tryck
u, v, w	Förskjutningar i respektive koordinatriktning i ett x, y, z -system.
u_g	Transversell rörelse i jord
u_i	Initiell transversell krokighet av påle
u^*	Form på knäckningsmod
x, y, z	Riktningar i ett ortonormerat koordinatsystem.

Grekiska stora bokstäver

ϕ'	Friktionsvinkel i jord.
Π	Potentiell energi

Grekiska små bokstäver

γ	Allmän beteckning för tunghet eller partialkoefficient.
ε	Töjning
$\eta = \sqrt{4c - b^2}$	Dimensionslös parameter för balk på fjädrande bädd med normalkraft.
κ	Balkkrökning
$\kappa = \sqrt{\frac{N}{EI}}$	Dimensionslös parameter för normalkraftsbelastad balk.
σ	Spänning
σ'_v	Effektivt överlagringstryck
φ	Allmän beteckning för vinkel eller kryptal.
$\psi = \frac{L_{g1}}{L_{g2}}$	

Index

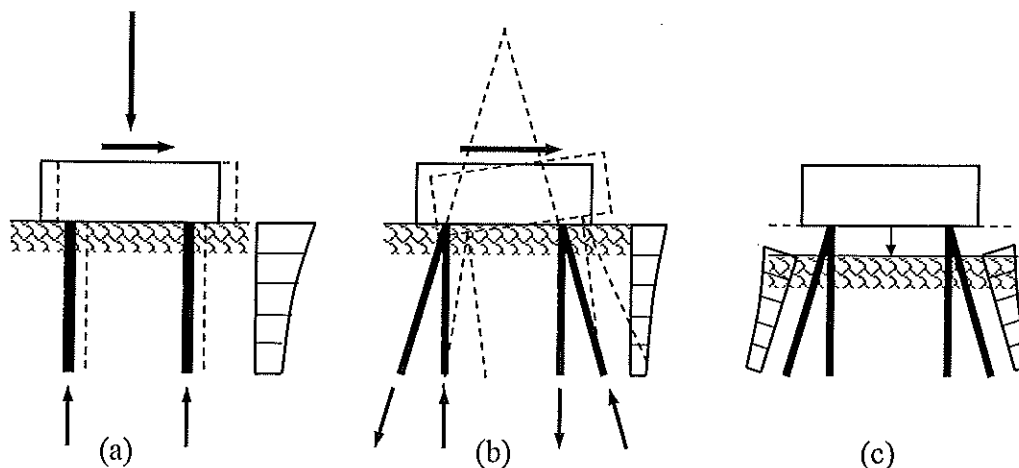
<i>c</i>	Betong (concrete) eller tryck (compression)
<i>d</i>	Dimensionerande värde
<i>g</i>	Jord (ground)
<i>k</i>	Karakteristiskt värde
<i>R</i>	Bärförmåga
<i>S</i>	Lasteffekt
<i>s</i>	Stål
<i>t</i>	Drag (tension)
<i>y</i>	Plasticering (yield)
<i>x, y, z</i>	Koordinatriktning

1. Bakgrund

I Sverige finns en gammal tradition att överföra horisontella laster till undergrunden med hjälp av lutande axialbelastade slanka pålar. Pålarnas sidomotstånd utnyttjas sällan för att överföra horisontella laster, då pålarna anses vara alltför slanka. Vid grundläggningar med grova pålar, typ grävpålar, är det däremot normalt att överföra horisontella laster till undergrunden enbart genom pålens sidomotstånd. Internationellt är kanske detta den vanligaste metoden att uppta horisontella krafter.

Principen att utföra slanka pålar i huvudsak axialbärande torde vara riktig, men det finns många viktiga fall då man bör beakta och utnyttja pålens sidomotstånd. Då de horisontella lasterna på en pålgrupp är relativt små är det av rationalitetsskäl lämpligt att utföra pålningen vertikal, se Figur 1.1 (a). Pålen dimensioneras i detta fall för en kombination av tvärkraft, moment och normalkraft.

Ett principiellt annorlunda fall är en pålgrupp, bestående av slanka lutande pålar, som belastas med en horisontell last som angriper långt ifrån pålgruppens pålcentrum, se Figur 1.1 (b). Lasten kan bäras genom enbart axialbelastade pålar, men sidomotstånd utbildas mot pålarna på grund av transversella rörelser. Pålarna belastas även i detta fall med en kombination av tvärkraft, moment och normalkraft.



Figur 1.1 Tre principiella fall där sidomotstånd mot påle är aktuellt att beakta. (a) Liten horisontell belastning på vertikala pålar, (b) transversella rörelser av enskilda pålar i pålgrupp och (c) passiv belastning av påle, t.ex. orsakad av marksättningar.

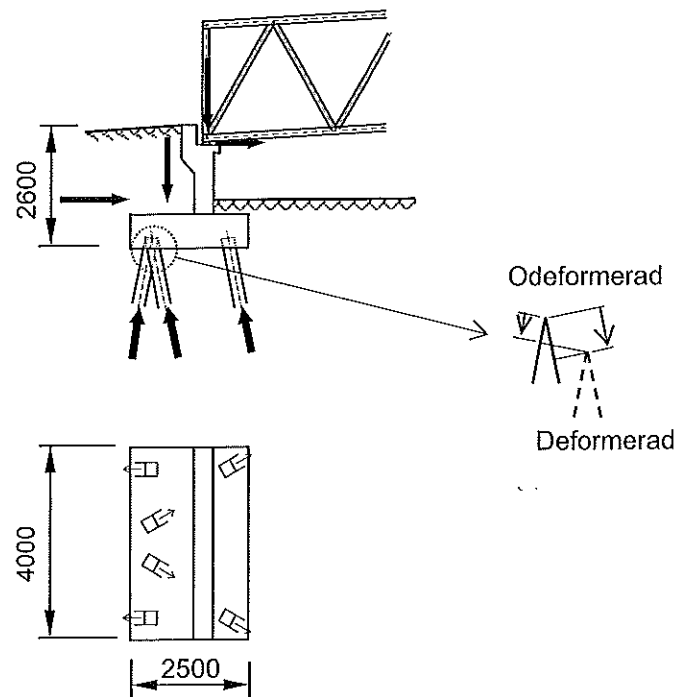
Ytterligare ett principiellt annorlunda belastningsfall uppstår då omkringliggande jord av någon anledning rör sig relativt påltoppen. Sidomotstånd uppstår mellan jord och påle och pålen utsätts för en form av passiv belastning. Exempelvis utsätts lutande pålar i en pålgrupp för transversella rörelser vid vertikala sättningar i jorden. Se Figur 1.1 (c).

Med anledning av att det har blivit allt vanligare att utnyttja pålens sidomotstånd har det uppstått ett behov av en praxis för hur dessa pålar skall dimensioneras. Vid dimensionering av axialbärande pålar utnyttjas jordens sidomotstånd mot pålen för att förhindra knäckning i pålen. Initiiellt antas jorden ha en elastisk respons då pålen deformeras transversellt. Vid ökande deformation blir jordens respons icke-linjär. Detta tankesätt kan

utvecklas för att även gälla transversellt belastade pålar. Syftet med denna rapport har varit att skapa en praxis som på ett nyanserat, men förenklat, sätt beaktar de viktigaste mekanismerna då pålens sidomotstånd skall utnyttjas. Metoderna är valda för att i huvudsak kunna utföras som handberäkningar. Idag vanligt förekommande matematikprogram förutsätts emellertid kunna utnyttjas för att programmera mer komplicerade uttryck och därför publiceras endast en begränsad mängd hjälpdigram.

Som en introduktion till problemställningen diskuteras en mycket enkel, men vanligt förekommande grundläggning med pålar. I Figur 1.2 visas ett enkelt landfäste för en GC-bro. Underbyggnaden består av en bottenplatta och en frontmur med ett litet grusskift. Grundläggningen består av lutande pålar som kan vara antingen spets- eller mantelburna.

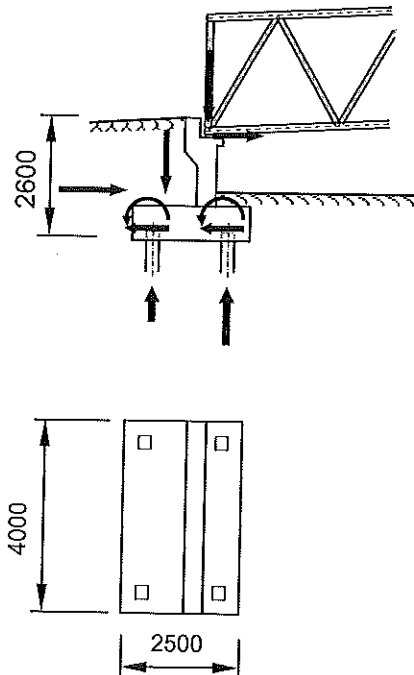
Vid analys av pålgruppen betraktas normalt pålarna som enbart axialbelastade. Som diskuterats tidigare förskjuts pålens topp såväl axiellt som transversellt vid belastning, och det uppstår sidomotstånd mot pålarna. Beaktas sidomotståndet vid pålanalysen reduceras normalt axialkrafterna i pålarna, och antalet pålar kan eventuellt reduceras. Pålarna förutsätts alltså uppta såväl normalkraft som tvärkraft och moment, vilket de därför även måste kontrolleras för.



Figur 1.2 Landfäste för GC-bro grundlagt på axialbelastade pålar.

Om nu pålarna har börjat utnyttjas för att ta tvärkrafter och överföra dessa till omkringliggande jord ligger det nära till hands att utföra pålgrupper med enbart vertikala pålar. I Figur 1.3 visas hur en sådan pålgrupp skulle kunna utföras för landfästet som diskuterats ovan. Pålgruppen består av fyra vertikala pålar som lämpligen är momentstyvt inspända i bottenplattan. Resultande horisontella krafter överförs till undergrunden via tvärkrafter i pålen och sidomotstånd mot pålen. Pålgruppens horisontella styvhet beror i detta fall i hög grad av jordens deformationsegenskaper och pålgruppens principiella verkningsätt förändras markant. Vid kontroll av enskild påle måste ett antal delvis nya frågeställningar utredas. Exempel på sådana är:

- Jordens respons vid belastning skall bestämmas såväl i bruks- som i brottgränstillstånd. Jordens i många fall kraftiga icke linjära respons i kombination med tidsberoende deformationer måste beaktas.
- Pålarna saknar horisontell styrning i påltoppen och knäckning måste därför beaktas på ett delvis nytt sätt. Vid dimensionering av axialbelastade pålar (t.ex. enligt Pålkommisionens rapport 84a och rapport 96 antas normalt, vid bestämning av knäckningslasten, att påltoppen är styrd i sidled.
- Vid kontroll av pålgrupper måste interaktionen mellan enskilda pålar beaktas.



Figur 1.3 Landfäste för GC-bro grundlagt på vertikala, transversellt belastade pålar.

Syftet med föreliggande rapport är att beskriva dessa problemställningar och att föreslå ingenjörsmässiga metoder för att på ett förenklat sätt analysera och dimensionera pålar som belastas axiellt och transversellt.

2. Allmänna förutsättningar

2.1 Installation

Metoder för analys av transversalbelastade pålar som beskrivs nedan är i princip tillämpliga oberoende av metod för installation, pålmaterial och typ av jord. Vid val av styvhets- och hållfasthetsparametrar förutsätts emellertid att effekter av installation, m.m. är inkluderade på ett relevant sätt. Några viktiga sådana förhållanden diskuteras därför inledningsvis.

Vid installation av pålar påverkas normalt jordens egenskaper. Vid slagning av pålar i friktionsjord packas normalt jorden, vilket normalt medför en hållfasthets- och styvhetsökning. Det förekommer emellertid vissa jordarter (t.ex. sandig silt) där jorden är kontraktant vid måttliga skjuvtöjningar och jorden kan därför under slagningen på ett visst avstånd från pålen erhålla lägre packningsgrad med tillhörande hållfasthets- och styvhetsminskning.

Vid slagning av pålar i lera sker en kraftig spänningsomlagring lokalt omkring pålen, som påverkar jordens hållfasthets- och deformationsegenskaper. Det är allmänt känt att en kohesionspåle har en mycket begränsad bärförmåga direkt efter drivning. I en normal-konsoliderad lera sker emellertid en konsolidering som gör att den efter en tid i stort sett återfår sina ursprungliga hållfasthetsegenskaper.

Pålens egenskaper påverkas av installationsmetoden. Slagning av betongpålar innebär en hållfasthetsreduktion, medan stålpålar vid normal slagning inte påverkas av slagningen i någon större utsträckning. Grävpålar gjuts normalt in-situ. Denna gjutning är mycket kvalificerad och kräver stor omsorg för att erhålla fullgott resultat.

Avslutningsvis bör påpekas att en pålgrundläggning normalt består av flera enskilda pålar. Vid tätt placerade pålar sker en interaktion mellan pålarna såväl vid installation som vid belastning. Vid installation kan intilliggande pålar förskjutas transversellt och jordens packning påverkas ytterligare. Vid transversell belastning överförs laster i pålen till omkringliggande jord. Jordens hållfasthet begränsar ofta bärförmågan. Vid tätt placerade pålar måste så kallad gruppeffekt beaktas, d.v.s. den totala bärförmågan av ett antal pålar är lägre än summan av de enskilda pålarnas bärförmåga.

2.2 Beräkningsmodeller

Då en påle i jord skall analyseras måste en lämplig beräkningsmodell väljas. Det finns ett antal modeller föreslagna i litteraturen. Modellerna skiljer sig åt i komplexitet och förmåga att återge observerade beteenden. Modellerna kan indelas i två huvudtyper.

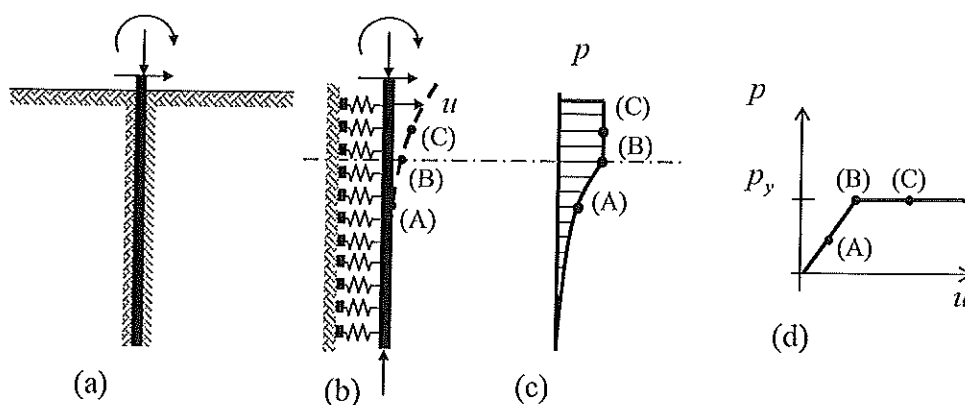
Den första typen bygger på att jorden representeras av ett *kontinuum* med specificerade egenskaper. Poulos (1974) och Baguelin (1977) har härlett lösningar för det fall då detta kontinuum utgörs av ett elastiskt medium. En mer realistisk modell beaktar jordens elasto-plastiska egenskaper. Vid stora tryckande normalkrafter måste även geometriska icke-linjäriteter, s.k. andra ordningens effekter, beaktas, vidare kan cyklisk och dynamisk belastning inkluderas analyserna. Detta kräver emellertid en icke linjär numerisk metod med stegvis pålastning, jämför bl.a. Potts (1999a) och Potts (1999b). Det finns på marknaden idag ett antal finita element-program som klarar den här typen av beräkningar, men dessa ställer stora krav på kompetensen hos de som utför analyserna.

Den andra huvudtypen av modeller bygger på att pålen representeras som en balk som sidostötts av oändligt tätt placerade, men inbördes okopplade, fjädrar. Fjädrarnas styv-

hetsegenskaper representerar den totala responsen i jorden då pålen utsätts för en transversell rörelse. Denna metod har många namn, exempelvis, bäddmodulteori, Winklermetoden och "p-y" kurvor. I det fortsatta arbetet är det denna metod som kommer att tillämpas. Inom denna grupp finns också ett antal olika nivåer med olika förenklingar. Den mest generella metoden inom denna grupp bygger på att såväl pålens material-egenskaper som jordens (fjädrarnas) respons vid transversella rörelser beskrivs med generella elastoplastiska modeller som dessutom kan variera utefter pålens längd. Även denna modell måste dock lösas med en icke linjär numerisk metod och kan inte betraktas som en handberäkningsmetod, och den kommer därför inte att behandlas ytterligare.

I den modell som genomgående används i denna rapport antas pålelementet vara idealt elastiskt och jordens (fjädrarnas) respons idealt elastoplastisk. Då pålen inledningsvis förskjuts transversellt har jorden en elastisk respons, som representeras av fjädrar med konstant modul, s.k. bäddmodul. Modulen förutsätts vara konstant mot djupet. Då jordens maximala bärförmåga uppnåtts ersätts den elastiska Winklermodulen med en transversell last ("flyttryck") som tillåts variera linjärt mot djupet. Normalkraftens destabiliserande inverkan kan beaktas genom att pålens styvhet reduceras med avseende på aktuell normalkraft i pålen. Normalkraften antas vara konstant utmed pålens längd.

Modellen illustreras i Figur 2.1. En påle belastas i påltoppen med en horisontell kraft, ett moment och en normalkraft. Pålen antas vara spetsbärande och normalkraften är således konstant i hela pålen. Pålen får en varierande transversell förskjutning, u , utmed pålens längd. På en djup nivå (A) är den transversella förskjutningen så liten att jorden har en elastisk respons, och trycket, p , mot pålen är således lägre än flyttrycket, p_y . Pålens transversella förskjutning ökar mot markytan och på en viss nivå (B) är förskjutningen precis så stor att flyttrycket, p_y , uppnås. I en punkt (C), som ligger ovanför punkt (B), är deformationerna ytterligare större, men trycket mot pålen är konstant. Ökas krafterna och momentet i påltoppen ökar förskjutningarna, och därmed förskjuts punkten (B) djupare ner i jorden.



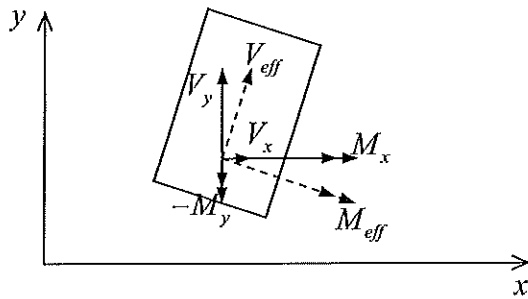
Figur 2.1 Förenklad modell av påle. Elastisk påle i jord med idealt elastoplastiska egenskaper.

Den föreslagna modellen är främst tillämplig för monoton pålastning, men i avsnitt 2.4.1 diskuteras hur cyklisk belastning principiellt kan behandlas inom ramen för den föreslagna modellen. Analyser av dynamiskt belastade pålar kan emellertid inte genomföras, då tröghetseffekter av omkringliggande jord inte kan inkluderas i modellen.

2.3 Belastningssituation

I föreliggande rapport antas samtliga belastningsfall kunna förenklas till ett tvådimensionellt problem. I en generell rymdpålgrupp belastas pålen i allmänhet i tre dimensioner, men belastningen antas således här kunna förenklas till ett plant fall. Förenklingar som införs är således.

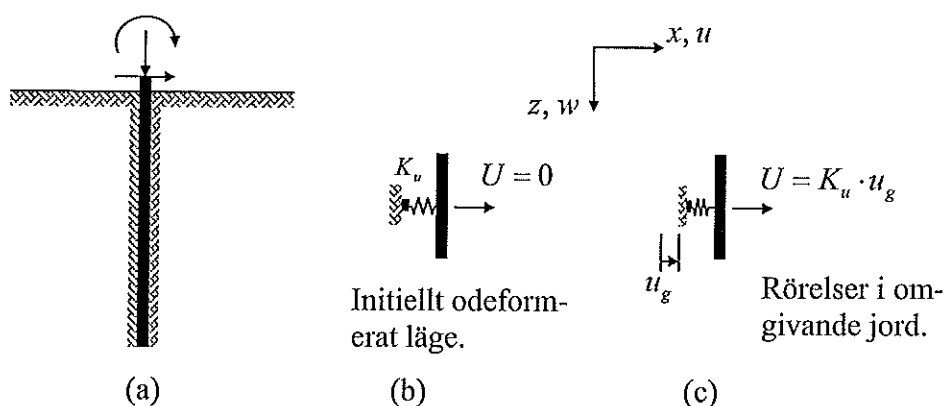
- Torsionsmomentet i pålens axialriktning försummas.
- Resultierande vektorer av tvärkrafter och böjmoment antas vinkelräta enligt Figur 2.2.
- Jordens deformations- och hållfasthetsegenskaper antas isotropa.
- Pålens tvärsnitt antas vara enkelsymmetriskt omkring en axel som definieras av resulterande tvärkraft.



Figur 2.2 Definition av pålens lokala koordinatsystem (x_e/y_e) vid ett allmänt tredimensionellt belastningsfall.

Belastningar på pålen kommer att delas in i en yttre last och en passiv last. Den yttre lasten antas angripa i påltoppen och associeras med frihetsgraderna som definieras i Figur 2.3. Lasten kan bestå av antingen krafter och moment eller av motsvarande deformationer. Vid en passiv belastning antas rörelser i omgivande jord orsaka deformationer och krafter i pålelementet.

En påle i jord som belastas transversellt är statiskt obestämd. Detta innebär att fördelningen av snittkrafter beror av styvheter i såväl pålmaterial som jord. Valet av partialkoefficienter i en dimensioneringssituation är därför av stor betydelse. Partialkoefficienter som ger maximal lasteffekt skall väljas.



Figur 2.3 (a) Frihetsgrader för pålens yttre laster (deformationer eller krafter).
 (b) Illustration av initieellt odeformrat läge av jord och i
 (c) illustreras motsvarande efter deformation av omgivande jord.

2.4 Jordens sidomotstånd

2.4.1. Arbetskurva

Jordens respons vid transversell rörelse av påle kan, som diskuterats i tidigare avsnitt, beskrivas med principiellt olika modeller. De mest avancerade modellerna är baserade på att jorden betraktas som ett kontinuum med relevanta mekaniska egenskaper, s.k. konstitutiva modeller. Dessa modeller kommer inte behandlas ytterligare.

Jordens respons representeras istället med fjädrar, vars arbetskurvor på ett sammanfattande sätt beskriver interaktionen mellan påle och jord. Fjädrarna sitter teoretiskt oändligt tätt utmed pålens längd, men är inbördes okopplade, och benämns ofta Winklerbädd. I föreliggande avsnitt diskuteras olika metoder att bestämma fjäderns arbetskurva. Inledningsvis behandlas enbart en enskild påles egenskaper. Metoder för att behandla s.k. gruppeffekter diskuteras i avsnitt 2.4.4.

Enligt klassisk bäddmodulsteori kan transversalbelastningen, U , på en påle skrivas som

$$U = -K_u u_{tot} = -K_u (u - u_g) \quad [\text{kraft/längdenhet}] \quad (2.1)$$

där u_{tot} är jordens förskjutning relativt pålen. Denna förskjutning kan delas upp i pålens rörelse, u , och omkringliggande jords rörelse, u_g , vilket senare kommer visa sig vara användbart. Jordens styvhet sammanfattas i balkbäddmodul K_u [kraft/längdenhet²], som kan beräknas med bäddmodulen, k_u [kraft/längdenhet³] och pålens tvärmått, b , enligt;

$$K_u = k_u \cdot b \quad (2.2)$$

Transversalbelastningen, U , utövar ett motsvarande tryck, p , på pålens yta, med diameter eller kantmåttet b . Trycket kan uttryckas som

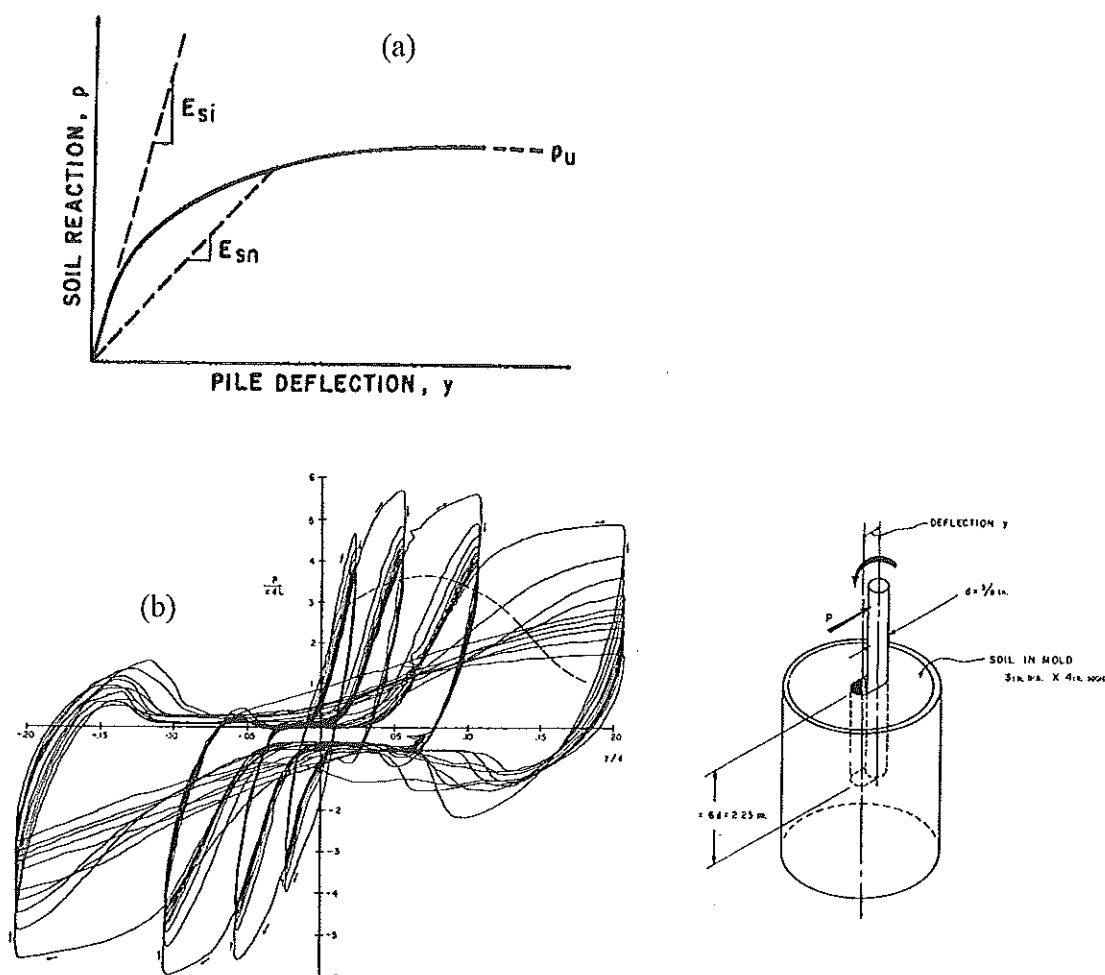
$$p = \frac{-U}{b} \quad (2.3)$$

Med hjälp av (2.1) och (2.2) erhålls

$$p = k_u u_{tot} = k_u (u - u_g) \quad (2.4)$$

Som framgår av (2.4) antas ett linjärt samband mellan trycket, p , som verkar transversellt mot pålen och förskjutningen, u_{tot} .

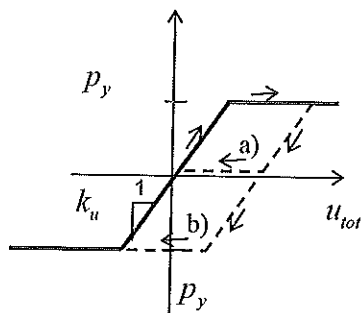
I Figur 2.4 (a) redovisas en typisk "p-y" kurva ("p-u" kurva med våra beteckningar) för sand enligt Reese (1974). I Figur 2.4 (b) redovisas en i laboratoriet uppmätt "p-y" kurva för lera under cyklisk belastning enligt Matlock (1970). Sambandet mellan tryck och förskjutning är som synes endast linjärt för låga tryck, d.v.s. tryck som är väsentligt lägre än det maximala tryck som kan mobiliseras mot pålen.



Figur 2.4 (a) Typisk "p-y" kurva för sand enligt Reese (1974)
(b) "p-y" kurva för lera, bestämd i laboratorie, under cyklisk belastning, enligt Matlock (1970).

Vid transversellt belastade pålar är det inte ovanligt att de transversella förskjutningarna är så stora att jorden uppvisar tydlig icke linjär respons. Vid analys av transversalbelastade pålar är det därför av stor betydelse att icke linjära effekter beaktas. Som diskuterats i tidigare avsnitt kan detta göras på en mängd olika sätt och med varierande grad av komplexitet. I föreliggande rapport kommer endast en ideal elastoplastisk jordmodell användas, se Figur 2.5. Arbetskurvan består i detta fall av en elastisk del som definieras av bäddmodulen, k_u , och ett område med konstant tryck, p_y , flyttryck.

Arbetskurvan antas spegelsymmetrisk runt axeln $u_{tot} = 0$. Ett negativt tryck innebär naturligtvis inte "drag" utan enbart att trycket verkar på motsatt sida av pålen. Den föreslagna arbetskurvan är främst giltig för monoton belastning, men bör även med viss försiktighet kunna utnyttjas för cyklisk belastning. I Figur 2.5 visas två idealiserade avlastningskurvor som bör kunna utnyttjas. Kurva a) visar ett fall, t.ex. i en lera med måttligt överlagringstryck, där det bildas ett hålrum "bakom" pålen vid pålastning varvid sidomotståndet sjunker till noll genom elastisk avlastning. Sidomotståndet är sedan noll till pålen når sitt ursprungliga läge, varefter det växlar tecken och beloppet åter ökar. Å andra sidan, om det inte bildas något hålrum i samband med en inledande pålastning, t.ex. i en lös sand, minskar sidomotståndet genom elastisk avlastning, växlar direkt tecken och beloppet ökar till flyttrycket åter uppnås, se Figur 2.5.



Figur 2.5 Antagen tryck-förskjutningskurva för interaktion mellan påle och jord med två principiellt olika avlastningskurvor. Avlastning med (a) och utan (b) "hålrumsbildning".

En arbetskurva enligt Figur 2.5 är i de flesta fall en mycket grov förenkling, och moduler och brottryck måste därför väljas med försiktighet. I följande avsnitt redovisas hur flyttryck och bäddmodul principiellt kan bestämmas, och vidare ges förslag på hur dessa val kan göras baserat på försök och erfarenhet.

Initiellt bedöms jordens maximala bärförmåga, flyttrycket, som i den valda ideal-plastiska materialmodellen skall jämföras med ett brottryck. Tillhörande deformationer vid pålastning till brott bedöms och en bäddmodul väljs.

2.4.2. Flyttryck – plasticering i jord

Pålens maximala sidomotstånd bestäms av jordens förmåga att överföra tryckspänningar från pålens mantel till omkringliggande jord. Det är många som genom åren har försökt behandla denna mekanism teoretiskt. Gemensamt för de flesta modellerna är att jorden

närmast pålen beskrivs med ett spänningsfält som är fullständigt plasticerat. Brotrycket kan därför behandlas analogt med bärförmågan av ett fundament.

Odränerat brott

$$p_y = N_c \cdot c_u \quad (2.5)$$

där c_u är den odränerade skjuvhållfastheten och N_c är en bärighetsfaktor som varierar mellan 8 – 12 för djupt liggande delar ($> 3d$) och minskar till 2 för ytliga delar.

För korttidslast föreslås enligt Broms (1964a) att bärighetsfaktorn väljs till $N_c = 9,0$ utmed hela pålen. Bärförmågan överskattas närmast markytan och därför föreslog han att brotrycket på en sträcka av $1,5b$ närmast markytan skulle sättas till noll. Vid de flesta pålgrundläggningar gjuts pålen in i en bottenplatta och bärighetsfaktorn bör då kunna antas vara konstant utmed hela pålens längd. Då det emellertid föreligger risk för större marksättningar, t.ex. i normal konsoliderad lera, kan det vara aktuellt med en reduktion.

Vid långtidslast måste risken för krypdeformationer i jorden beaktas och därför bör bärighetsfaktorn reduceras. Erfarenhetsmässigt kan krypningen försummas om säkerheten mot brott är större än 1,5. Vid belastning med lång varaktighet väljs därför $N_c = 6,0$, vilket är i enlighet med Pålkommisionens rapport 84a.

Dränerat brott

$$p_y = N_\phi \cdot \sigma'_v \quad (2.6)$$

där σ'_v är vertikalt överlagringstryck, och N_ϕ är en bärighetsfaktor för dränerat brott. I litteraturen kan man finna en rad olika förslag på hur N_ϕ skall beräknas. Om jordens friktionsvinkel, ϕ' , antas vara konstant mot djupet kan man enligt Broms (1964b) sätta, $N_\phi = 3 \cdot K_p = 3 \cdot \tan^2(45^\circ + \phi'/2)$, där, K_p , är jordtryckskoefficienten för passivt jordtryck. Reese (1974) och Pelevedning (1991) föreslår alternativa metoder för att beräkna bärighetsfaktorn.

Krypdeformationer vid långvarig belastning kan normalt försummas för friktionsjord.

Det bör avslutningsvis påpekas att föreslagna flyttryck för såväl odränerat som dränerat främst syftar på fallet med aktiv belastning, dvs då pålen rör sig "mot" jorden. För passiv belastning, då jorden istället rör sig "mot" pålen, är flyttrycket högre och man bör beakta att flyttrycken kan bli väsentligt högre.

2.4.3. Bäddmodul

För att bestämma deformationer vid interaktion mellan jord och påle skall en bäddmodul, k_u , enligt samband 2.4 bestämmas. Interaktionen mellan jord och påle beskrivs traditionellt med sk "p-y" kurvor. Nedan presenteras hur sådana kurvor kan konstrueras för kohesionsjord respektive friktionsjord och hur dessa kan linjäriseras till en idealt elastoplastisk modell.

Kohesionsjord

Om jorden som omger pålen betraktas som ett elastiskt medium med elasticitetsmodulen, E , och Poissons tal, $\nu = 0,5$, så kan bäddmodulen härledas, t.ex enligt Baguelin (1977). Man finner att bäddmodulen varierar beroende på pålens form och grad av störning av jorden i samband med installation av pålen. Enligt Baguelin (1977) kan man anta att bäddmodulen varierar inom intervallet:

$$1,05 \leq k_u \cdot \frac{b}{E} \leq 1,61 \quad (2.7)$$

Antas lerans elasticitetsmodul till $E = 150 c_u$ erhålls

$$k_u = k_0 \cdot \frac{c_u}{b}, \quad 157 \leq k_0 \leq 242 \quad (2.8)$$

Vid långtidsbelastning måste effekter av krypning beaktas. En approximativ metod att beakta krypningen kan ske genom att bäddmodulen reduceras till $k_u = 50 \cdot \frac{c_u}{b}$.

Arbetskurvan för en idealt elastoplastisk modell kan uttryckas som

$$p = k_u \cdot u_{tot}, \quad p \leq p_y \quad (2.9)$$

För att konstruera en arbetskurva som på ett mer nyanserat sätt beaktar det icke linjära beteendet för lösa leror föreslog Matlock (1970) en modell som presenteras här.

Brottrycket, vilket i vårt fall motsvarar flyttrycket, p_y , antas bestämt enligt föregående avsnitt. Matlock (1970) föreslår att förskjutningen vid halva flyttrycket beräknas enligt Skempton (1951) som:

$$u_{50} = 2,5 \cdot \varepsilon_{50} \cdot b \quad (2.10)$$

där ε_{50} är töjningen vid 50 % av maximal skjuvhållfasthet och b är pålens diameter eller kantmått. ε_{50} bestäms inte rutinmässigt, men Tabell 2.1 ger vägledning för ett sådant val.

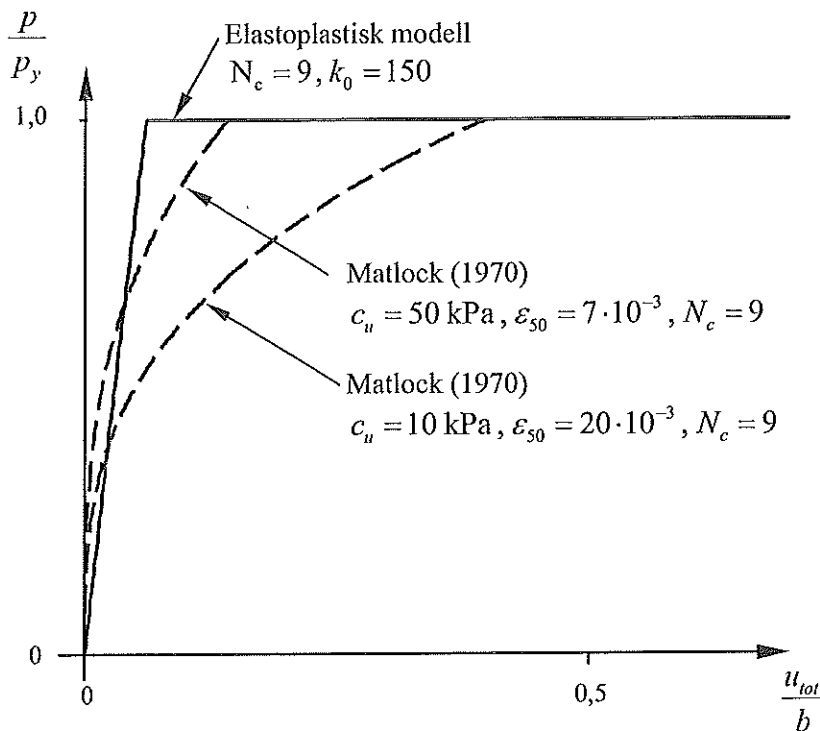
Tabell 2.1

c_u [kN/m ²]	ε_{50} [10 ⁻³]
10 – 25	20
25 – 50	10
50 – 100	7
100 – 200	5
200 – 400	4

Den fullständiga arbetskurvan kan uttryckas som

$$p = 0,5 \cdot \left(\frac{u_{tot}}{u_{50}} \right)^{1/3} \cdot p_y, \quad p \leq p_y \quad (2.11)$$

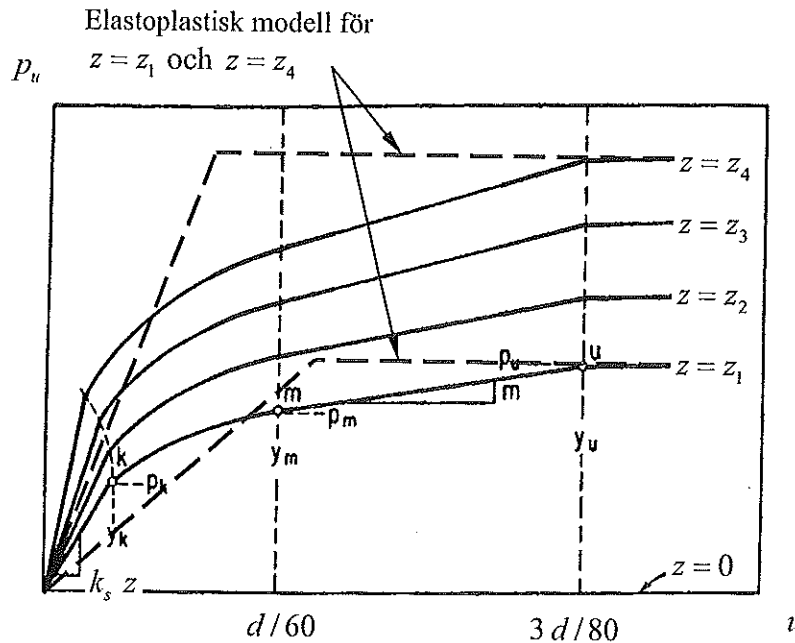
I Figur 2.6 redovisas arbetskurvor enligt (2.9) och (2.11) för två leror med olika skjuvhållfasthet. Av redovisningen framgår att för större deformationer ger den elasto-plastiska modellen högre tryck än Matlock (1970). Detta är speciellt uttalat för lösare leror.



Figur 2.6 Arbetskurvor för två olika leror med idealplastisk modell och modell enligt Matlock (1970)

Friktionsjord

För kohesionsjord finns det ett ofta använt empiriskt samband mellan hållfasthetsparametern c_u och elasticitetsmodulen E . För friktionsjord däremot finns det inget entydigt samband mellan hållfasthetsparametern ϕ' och en modul som kan utnyttjas vid bestämning av bäddmodul vid transversell belastning av pålar. De empiriskt framtagna sambanden mellan jordens relativa fasthet och elasticitetsmodul som utnyttjas för att uppskatta vertikal sättning av fundament kan inte anses gälla vid transversell belastning av pålar, i alla fall inte utan närmare studier. Vi är därför hänvisade att bestämma bäddmodulen genom att studera försöksresultat som är utförda i friktionsjord och utnyttja föreslagna empiriska "p-y" kurvor.



Figur 2.7 Beräknade "p-y" kurvor för olika djup under markytan, enligt Reese (1974). Föreslagen elastoplastisk modell för nivåerna $z = z_1$ och $z = z_4$.

Det finns ett antal förslag hur "p-y" kurvor skall beräknas. Reese (1974) ger ett förslag där han tar hänsyn till olika brottmoder i jorden omkring pålen. I Figur 2.7 redovisas beräknade kurvor för ett antal olika nivåer under markytan. Den föreslagna proceduren för att konstruera dessa kurvor är inte speciellt svår, men är emellertid relativt omständlig och vi nöjer oss därför med att redovisa hur lutningen av den initiella, linjära delen, av kurvan beräknas. Reese föreslår att modulen antas öka linjärt mot djupet.

Bäddmodulen i den elastoplastiska modellen motsvarar i princip den initiella linjära delen av "p-y" kurvan enligt Reese. Kurvans kraftiga icke linjära form måste emellertid beaktas, och vi föreslår därför att bäddmodulen sätts till hälften av modulen enligt Reese. Bäddmodulen kan därför uttryckas som:

$$K_u = \frac{1}{2} k_s \cdot z \quad (2.12)$$

där k_s är en konstant enligt Tabell 2.2 och z är avståndet från markytan.

Tabell 2.2 Exempel på val av konstant k_s enligt (2.12) för sand enligt Reese (1974).

Lagring	Vattenmättad sand k_s [MN/m ³]	Sand över vattenytan k_s [MN/m ³]
Löst lagrad	5	7
Medelfast lagrad	16	24
Fast lagrad	34	61

2.4.4. Gruppeffekt

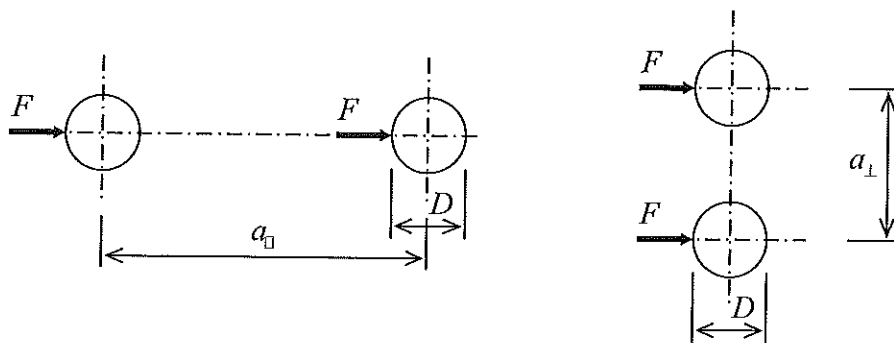
I pålgrupper kan pålarna stå så nära varandra att spänningsfältet runt en påle kan påverka närstående pålar. Fenomenet kallas gruppeffekt eller gruppverkan. Kunskapen om grupp-effektens inverkan på den enskilda pålens respektive pålgruppens respons vid transversell belastning är begränsad.

I brist på bättre information föreslås att jordens hållfasthet och bäddmodul reduceras vid tätt stående pålar. Följande rekommendationer bygger på tidigare rapporter från Pål-kommissionen, rapport 58 respektive rapport 90.

- Där pålar ej står närmare varandra än 8 D i samma riktning som horisontalkraft verkar räknas pålarna som enskilda pålar. Är avståndet mellan pålarna 3D reduceras hållfasthet och bäddmodul till 25 % av o reducerat värde. För mellanliggande värden interpoleras rätlinjigt.
- Där pålar ej står närmare varandra än 3D i riktning som är vinkelrät mot angripande horisontalkraft antages att pålarna fungerar som enskilda pålar. Vid mindre avstånd än 2D räknas som om pålarna bildar en hel vägg. För mellanliggande värden interpoleras rätlinjigt.

Rekommendationerna redovisas i Figur 2.8.

Vid pålgrupper med många pålar kan det vara aktuellt att även kontrollera den globala stabiliteten av området inte äventyras.



- | | |
|---|---|
| <p>a) Närbelägna pålar i kraftriktningen</p> <ul style="list-style-type: none"> -ingen reduktion om $a_0 > 8 D$ -reduktion till 25 % om $a_0 < 3 D$ | <p>b) Närbelägna pålar vinkelrätt kraftriktningen</p> <ul style="list-style-type: none"> -ingen reduktion om $a_{\perp} > 3 D$ -betraktas som hel vägg om $a_{\perp} < 2 D$ |
|---|---|

Figur 2.8 Gruppeffekt vid pålar i pålgrupp enligt Pålkommisionens rapport 90.

2.5 Pålelementets lastkapacitet

Då en påle belastas såväl axiellt som transversellt uppkommer normalkrafter, tvärkrafter och moment i pålelementet. I analysituation kontrolleras pålelements lastkapacitet och vid dimensionering väljs en lämplig utformning av pålelementet.

Pålelementets lastkapacitet förutsätts här kontrolleras med etablerade metoder. I t.ex. Pålkommisionens rapport 84a anges en metodik för att bestämma lastkapaciteten för pålar av betong och stål, där även inverkan av drivning och stoppslagning är inkluderad.

Det bör emellertid noteras att delvis nya brottmoder kan vara aktuella vid en transversellt belastad påle, jämfört med en enbart axiellt belastad påle. T.ex. kan nämnas att pålens tvärkraftskapacitet kan vara begränsande för pålens lastkapacitet. Då en för tvärkraft oarmerad betongpåle uppvisar ett relativt sprött brott vid tvärkraftsbelastning är det viktigt att kontrollera denna brottmod. Detsamma gäller även för ofyllda stålrörspålar där buckling normalt begränsar tvärkrafts-kapaciteten och därför uppvisar ett instabilt brottförlopp.

3. Grundläggande verkningssätt

3.1 Bakgrund och sammanfattning

I föregående avsnitt har givits en bakgrund omkring de förutsättningar som är aktuella vid analys av transversalbelastade pålar. Problemställningen har inledningsvis diskuterats i generella termer och sedan har grundläggande antaganden införts. I föreliggande avsnitt härleds, från angivna antaganden, en beräkningsmodell för att på ett förenklat, men ändå nyanserat sätt, analysera en elastisk påle som är belastad i påltoppen med såväl axiell som transversell last. Andra ordningens effekter av en tryckande normalkraft beaktas i modellen. Pålens respons bestäms i hög grad av det sidomotstånd som jorden mobiliserar mot pålen vid belastning. Därför har effekten av icke elastiska deformationer i jorden inkluderats genom att beskriva sidomotståndet med en elastoplastisk modell.

Pålens bärförmåga avgörs principiellt antingen av jorden (geoteknisk bärförmåga) eller av pålelementet (lastkapacitet). Jorden begränsar bärförmågan för korta pålar, medan pålelementet avgör bärförmågan för långa pålar. I nästa avsnitt definieras kort och lång påle. Vi kommer fortsättningsvis att förutsätta att pålen är lång, och därmed avgör pålelementets lastkapacitet pålens totala bärförmåga.

Lastkapaciteten av en i huvudsak axialbelastad påle avgörs normalt av pålens momentkapacitet. En tryckande normalkraft på en initialkrokig påle ger upphov till transversella tillskotts utböjningar i pålen, vilket resulterar i s.k. andra ordningens moment. I dimensioneringsanvisningar för pålar, t.ex. enligt Pålkommisionens rapport 84a och rapport 96 förutsätts pålen vara styrd i påltoppen och att en elastisk knäckningsmod är sinusformad.

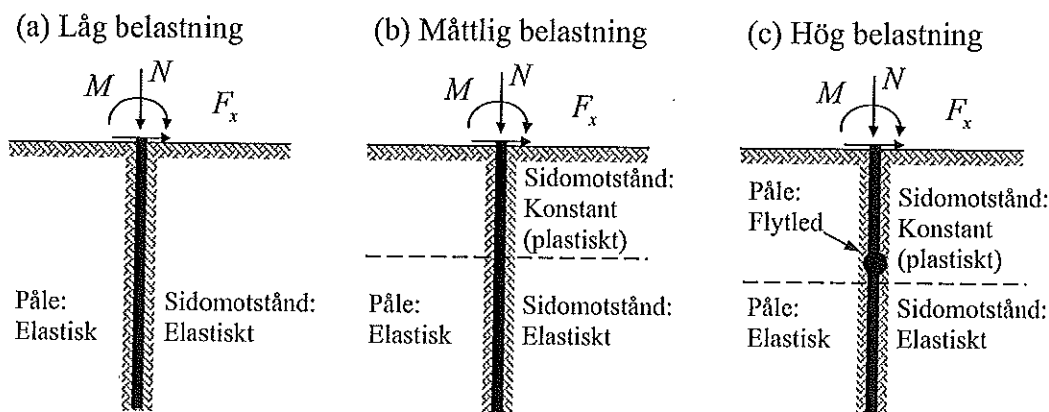
Då en lång påle belastas såväl axiellt som transversellt måste beaktas att pålen inte är styrd i påltoppen. Pålens stabilitet förutsätter stöd från omkringliggande jord. Pålelementets momentkapacitet avgör normalt pålens lastkapacitet. Vid mycket styva jordar kan emellertid pålens tvärkraftskapacitet vara avgörande. Då tillskottsutböjningar, orsakade av tryckande normalkraft, skall beräknas är pålens frånvaro av stagning i påltoppen av stor betydelse.

I kommande avsnitt redovisas en beräkningsmodell för transversellt belastade pålar. Bakomliggande tankegångar och förutsättningar kommer emellertid att sammanfattas nedan.

I den föreslagna beräkningsmodellen förutsätts att vid belastning av påltoppen är deformationerna störst närmast jordytan och följaktligen erhålls störst sidomotstånd i pålens övre del. Vid en viss belastningsnivå uppnås "flyttrycket" mellan påle och jord och sidomotståndet är därefter konstant inom denna del. Ökas belastningen ytterligare på påltoppen deformeras pålen allt mer och området i pålens övre del där, sidomotståndet motsvarar flyttrycket, blir allt större. Sidomotståndet under detta område förutsätts fortfarande ha en elastisk respons. Det bör noteras att pålens respons vid belastning blir icke-linjär så fort flyttrycket har uppnåtts utmed någon del av pålen, trots att pålen här förutsätts vara elastisk.

Vid en ökande belastning förändras beräkningsmodellen principiellt i tre faser, se Figur 3.1. Vid låg belastning är pålen elastisk och sidomotståndet mot pålen anses också ha en elastisk respons. Vid måttlig belastning är pålen fortfarande elastisk, men de transversella förskjutningarna i pålens övre del är så stora att plasticering äger rum i jorden. Sidomotståndet antas vara konstant inom denna del. Sidomotståndet i djupare liggande delar har fortfarande en elastisk respons. Vid hög belastning har området med

konstant sidomotstånd ökat och pålens momentkapacitet är uppnådd, varvid en flytled förutsätts utbildas.



Figur 3.1 Beräkningsmodell vid tre olika belastningsnivåer.

De olika stegen utvecklas vidare i kommande avsnitt. Fallet med låg belastning och elastisk respons är i praktiken sällan förekommande, men utgör en bas för nästa fas, måttlig belastning. Denna fas är den viktigaste vid praktiskt dimensioneringsarbete. Belastningen ökas till pålens momentkapacitet just uppnås. Nästa fas, hög belastning, kommer endast att diskuteras på ett principiellt plan. Den enskilda pålens kapacitet är uttömd då en flytled utbildas i pålen. I en pålgrupp kan emellertid pålen fortsätta att fungera i ett brottstadium, om den har ett duktilt beteende.

I Figur 3.1 visas att pålen, förutom en transversell last och ett moment, även belastas med en tryckande normalkraft. Den principiella diskussionen om pålens verkningsätt är giltig oavsett om pålen är belastad med en normalkraft eller ej, men risken för instabilitet måste alltid beaktas i en tryckt konstruktion. I kommande avsnitt kommer effekten av tryckande normalkraft ha en central plats och kommer att behandlas ingående.

3.2 Kort och lång påle

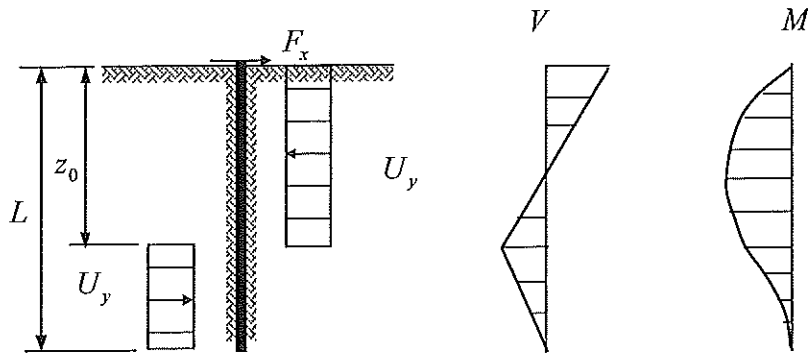
Sedan relativt lång tid tillbaka har man i samband med dimensionering av pålar försökt att hålla isär begreppen geoteknisk bärförmåga och lastkapacitet. Vid axiell belastning är detta relativt entydigt. Den geotekniska bärförmågan bestäms av jordens eller bergets förmåga att uppta de laster som överförs från pålen. Pålens lastkapacitet är pålelementets strukturella förmåga att uppta krafter och moment. Lastkapaciteten är dock inte okopplad till undergrundens egenskaper. Jordens styvhet avgör bl.a. storleken av andra ordningens moment och påverkar därmed pålens förmåga att uppta axiella laster.

Även vid transversellt belastade pålar är det önskvärt att skilja mellan geoteknisk bärförmåga och pålens lastkapacitet. För detta fall är emellertid kopplingen mellan dessa storheter så väsentlig att de inte, utom för något specialfall, går att separera.

Ett sådant specialfall är var vi kommer att definiera som *kort påle*. Utmärkande för en kort påle är att bärförmågan helt bestäms av *jordens hållfasthetsegenskaper* och att pålelementet är överstarkt

Exempel:

Antag en vertikal påle med längden, L , som i sin övre del belastas med en horisontell kraft F_x . Jordens sidomotstånd mot pålen antas kunna beskrivas med en idealt elastoplastisk modell med flyttrycket, p_y , och motsvarande linjelast, $U_y = |p_y| b$, där beloppstecknet anger att endast beloppet är av intresse. Riktningen av linjelasten framgår av Figur 3.2.



Figur 3.2 Transversellt belastad påle i brottgränstillstånd.

Då pålen utnyttjas maximalt för att uppta horisontalkrafter och pålens lastkapacitet inte antas vara uppnådd är jorden helt plasticerad. Detta innebär att pålens deformationer är utan betydelse och att jämvikt därför kan studeras för en påle med kraftfördelning enligt Figur 3.2.

Jämviktssamband ger

$$z_0 = L / \sqrt{2} \quad (3.1)$$

$$F_{x \max} = (\sqrt{2} - 1) U_y L \quad (3.2)$$

$$M_{\max} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) F_x L = \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2} \right) U_y L^2 \quad (3.3)$$

Pålen är att betrakta som kort då momentkapaciteten är större än lasteffekten, ($M_{\max} \leq M_R$), och samtidigt som jordens kapacitet är fullständigt utnyttjad.

Enligt ovanstående definition är renodlade korta pålar relativt ovanliga. I de flesta praktiska situationer måste pålen betraktas som lång.

3.3 Enskild påle

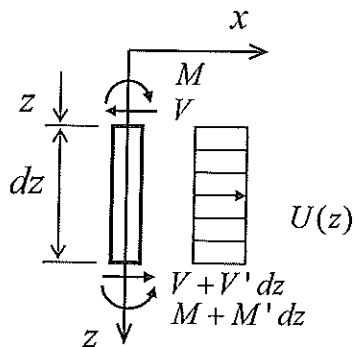
3.3.1. Låg belastning – elastisk respons i påle och jord

I detta avsnitt behandlas en situation där såväl påle som sidomotståndet mot pålen antas ha en elastisk respons vid belastning. Denna situation är i praktiken sällan förekommande, men utgör en viktig teoretisk bas för kommande modeller och behandlas därför relativt ingående.

Inledningsvis behandlas ett fall där effekten av tryckande normalkraft inte beaktas. I nästa steg inkluderas effekten av tryckande normalkraft och ett antal principiellt viktiga fall av elastisk knäckning behandlas.

Transversalbelastad påle utan normalkraft

Pålen antas kunna betraktas som en balk. Kombinerar transversell jämvikt och momentjämvikt fås balkens klassiska jämviktsekvation, med beteckningar enligt Figur 3.3.



Figur 3.3 Transversellt belastat pålelement.

$$M'' = U(z) \quad (3.4)$$

Notera att destabiliserande effekt av tryckande normalkraft inte är beaktad i detta fall.

Vid låga belastningsnivåer kan en påle i jord behandlas som en balk med elastiska materialegenskaper omgiven av ett elastiskt medium. Skjuvdeformationerna i pålen antas kunna försummas, och momentet i balken är därmed proportionellt mot krökningen, $\kappa \approx u''$, där, u , är pålens transversella förskjutning. Antas en balk med konstant böjstyvhet, EI , fås

$$M = EI \kappa \approx EI u'' \quad (3.5)$$

Transversalbelastningen på balken är proportionell mot den relativa förskjutningen mellan påle och jord, vilket kan uttryckas som;

$$U = -K_u (u - u_g) \quad (3.6)$$

där u och u_g är pålens förskjutning respektive rörelse i omgivande jord. Jordens bäddmodul betecknas med K_u .

Den styrande ekvationen för balken, dvs ekvationen för balk på elastisk bädd, kan därför skrivas som,

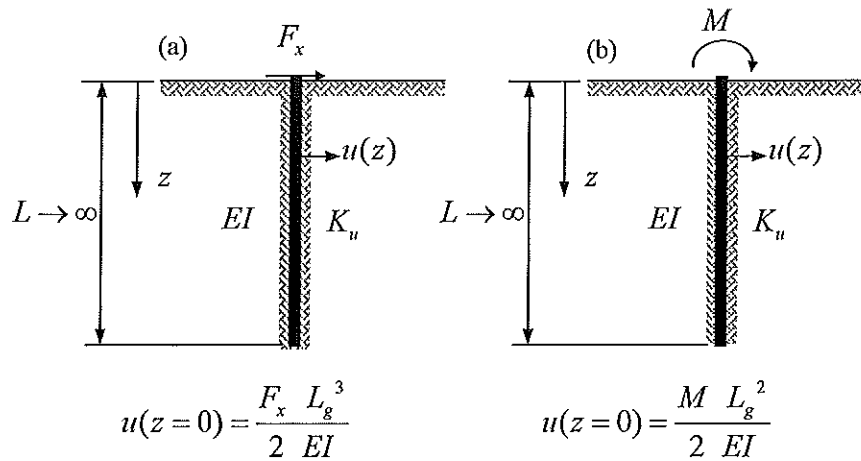
$$EI u^{IV} + K_u u = K_u u_g \quad (3.7)$$

Ekvation (3.7) har den allmänna lösningen

$$u(z) = A \sinh\left(\frac{z}{L_g}\right) + B \cosh\left(\frac{z}{L_g}\right) + C \sin\left(\frac{z}{L_g}\right) + D \cos\left(\frac{z}{L_g}\right) \quad (3.8)$$

med $L_g = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_u}}$

där A, B, C och D är integrationskonstanter som bestäms utifrån aktuella randvillkor. I Figur 3.4 visas två viktiga exempel på balk på elastisk bädd som kan utnyttjas vid analys av pålar. I Bilaga C redovisas ekvationer för såväl förskjutningar som snittkrafter för ett antal viktiga specialfall.

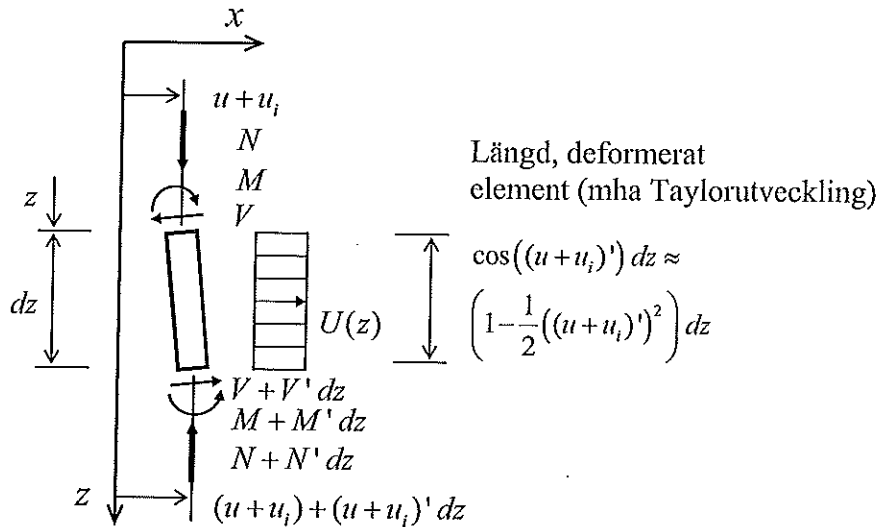


Figur 3.4 Halvoändligt lång balk på elastisk bädd.
(a) tvärkraftsbelastning och (b) momentbelastning

Val av bäddmoduler kan göras enligt 2.4.3. Teorin begränsas av att endast konstant bäddmodul kan inkluderas för explicita beräkningar. Dessutom beaktas inte andra ordningens effekter som en tryckande normalkraft ger upphov till. I nästa avsnitt skall vi därför titta på hur den elastiska teorin kan generaliseras så att effekten av tryckande normalkraft inkluderas i balkteorin.

Transversalbelastad påle med normalkraft

I normalfallet är ett pålelement belastat med en tryckande normalkraft och det är därför väsentligt att beakta även andra ordningens effekter. Då normalkraftens inverkan beaktas studeras pålens jämvikt i ett deformerat tillstånd enligt Figur 3.5. Pålen antas ha en initialkrokighet som beskrivs av funktionen u_i och vara deformerad u av yttre last, se Figur 3.5.



Figur 3.5 Transversellt belastat pålelement med normalkraft.

Momentjämvikt kan skrivas som;

$$M'' + (N(u + u_i))' = U \quad (3.9)$$

Utnyttjas (3.5) och (3.6) tillsammans med att normalkraften antas vara konstant utmed pålens längd fås den styrande ekvationen som

$$EI u^{IV} + N u'' + K_u u = K_u u_g - N u_i'' \quad (3.10)$$

Ekvation (3.10) har enligt Larsson (1987) den allmänna lösningen

$$u(z) = A e^{\lambda_A z} + B e^{\lambda_B z} + C e^{\lambda_C z} + D e^{\lambda_D z} \quad (3.11)$$

där A , B , C och D är integrationskonstanter som bestäms utifrån aktuella randvillkor.

Konstanterna λ_A , λ_B , λ_C och λ_D är komplexa tal som bestäms av den s.k. karakteristiska ekvationen för (3.10).

Tvärkraften i pålen kan uttryckas som

$$V = -EI u''' - N(u' + u_i') \quad (3.12)$$

Innan transversalbelastade pålar studeras i detalj härleds några klassiska ekvationer för knäckning och inverkan av initialkrokighet som regelmässigt används vid påldimensionering. Senare kommer det visas att några grundläggande antagande som görs i detta sammanhang inte är generellt tillämpliga för transversalbelastade pålar.

Enbart axialbelastad påle – ledade och momentfria ändar

Om pålen inledningsvis antas vara helt rak och inga yttre belastningar utöver normalkraften påverkar pålen, dvs $u_i = u_g = 0$, fås ett renodlat knäckningsproblem. Antas en jämnstyv påle med längden L som är momentfri i sina båda ändar och där också förskjutningar förhindras, kan randvillkoren skriva som;

$$u(z=0) = u(z=L) = u''(z=0) = u''(z=L) = 0 \quad (3.13)$$

En sinusformad utböjning med n halvvågor är en lösningsansats;

$$u(z) = A \sin(n\pi z / L) \quad (3.14)$$

Genom insättning i (3.10) kan den kritiska axiallasten $N_{cr}(n)$ för n halvvågor härledas som;

$$N_{cr}(n) = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} + \frac{K_u L^2}{n^2 \pi^2} \quad (3.15)$$

För en oändligt lång balk kan det genom studie av gränsvärden visas att den kritiska lasten N_{cr}^0 är

$$N_{cr}^0 = 2\sqrt{EI K_u} = EI \left(\frac{\pi}{L_{cr}} \right)^2 + K_u \left(\frac{L_{cr}}{\pi} \right)^2 \quad (3.16)$$

$$\text{med } L_{cr} = \pi \sqrt[4]{\frac{EI}{K_u}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} L_g$$

Pålen knäcker således i en sinusformad knäckningsmod med våglängden $2 L_{cr}$.

Effekten av initialkrokighet vid normalkraftsbelastad påle i en elastisk bädd kan studeras genom att med ett konservativt val anta att initialutböjningen är affin med knäckningsmoden, dvs $u_i = \hat{u}_i \sin(\pi z / L)$. Lösningen på (3.10) kan då skrivas som $u = \hat{u} \sin(\pi z / L)$, där amplituden $\hat{u}$ kan beräknas som;

$$\hat{u} = \frac{N / N_{cr}^0}{(1 - N / N_{cr}^0)} \hat{u}_i \quad (3.17)$$

Det maximala momentet kan sedan beräknas genom insättning i (3.5) och genom att utnyttja att $N_{cr}^0 = 2 EI \pi^2 / L_{cr}^2$ erhålls;

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \frac{N \hat{u}_i}{(1 - N / N_{cr}^0)} \quad (3.18)$$

Ekvationerna (3.16) och (3.18) är klassiska samband och utnyttjas flitigt vid dimensionering av axialbelastade pålar. Förutsättningarna för ekvationerna är att pålen är lång och att pålen i sina ändar är momentfri och transversellt styrd.

Den första förutsättningen uppfylls för de flesta praktiska tillämpningar.

Den andra och i synnerhet den tredje förutsättningen, är normalt inte uppfylld för en pålgrupp bestående av parallella, eller i det närmaste parallella, pålar. Nedan utvecklas därför teorin för att även inkludera pålar vilka inte är transversellt styrda i påltoppen.

Enbart axialbelastad påle – fri påltopp

Randvillkoren för pålspetsen ($z \rightarrow \infty$) är $u = u'' = 0$. I påltoppen ($z = 0$) är påltoppen transversellt förskjuten u_0 och vinkeländrad m_0 med tillhörande reaktionskrafter för tvärkraft V och moment M . Om pålen enbart är belastad med en normalkraft och påltoppen är fri att röra sig transversellt och att rotera ($V = 0, M = 0$) kan sambandet mellan krafter och förskjutningar i påltoppen på styvhetsform skrivas som

$$\begin{bmatrix} K_{uu}(N) & K_{um}(N) \\ K_{mu}(N) & K_{mm}(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ m_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{K}(N) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

I Bilaga A redovisas styvhetsmatrisens koefficienter. Enligt klassisk stabilitetsteori existerar det ett jämviktsläge för (3.19) där $u_0 \neq 0, m_0 \neq 0$ om styvhetsmatrisen är singulär, dvs determinanten är noll.

$$\det(\mathbf{K}(N_{cr})) = 0 \quad (3.20)$$

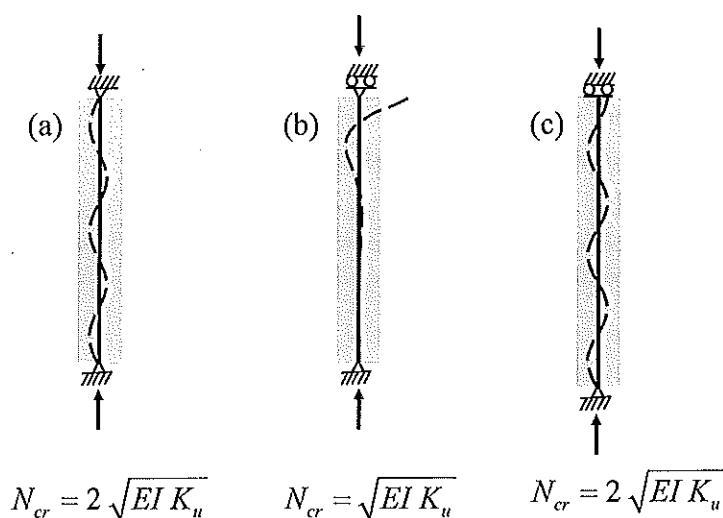
där N_{cr}^1 indikerar den kritiska axiallasten, eller den elastiska knäckningslasten. Löses (3.20) med styvheter enligt Bilaga A fås

$$N_{cr}^1 = \sqrt{EI K_u} \quad (3.21)$$

Den kritiska lasten för en påle med fri påltopp halveras sålunda jämfört med om den är styrd, se ekvation (3.16).

Även andra randvillkor kan studeras. Om pålen är fri att translatera i påltoppen, men är förhindrad att rotera, $m_0 = 0$, ger (3.20) att $N_{cr} = 2 \sqrt{EI K_w}$, dvs identiskt med (3.16). Styr pålen transversellt, men är fri att rotera, fås samma resultat. De olika knäckningsfallen sammanfattas i Figur 3.6.

I fortsättningen skall därför det viktiga fallet med en påle som är fri att translatera och rotera studeras vidare.



Figur 3.6 Elastisk knäckningslast för påle på elastisk bädd vid tre olika inspänningsförhållanden.

Insätts (3.21) i (3.19) fås ett obestämt system med oändligt många lösningar. Endast formen, $u^*(z)$, på knäckningsmoden kan bestämmas. Ansätts därför $u_0 = u_0^*$ fås $m_0^* = -2/\sqrt{3} u_0^* / L_g$. Modformen för knäckning fås genom insättning i samband som redovisas i Bilaga C, Tabell C2.

$$u^*(z) = u_0^* e^{-\frac{z}{\sqrt{2}L_g}} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) \right) \quad (3.22)$$

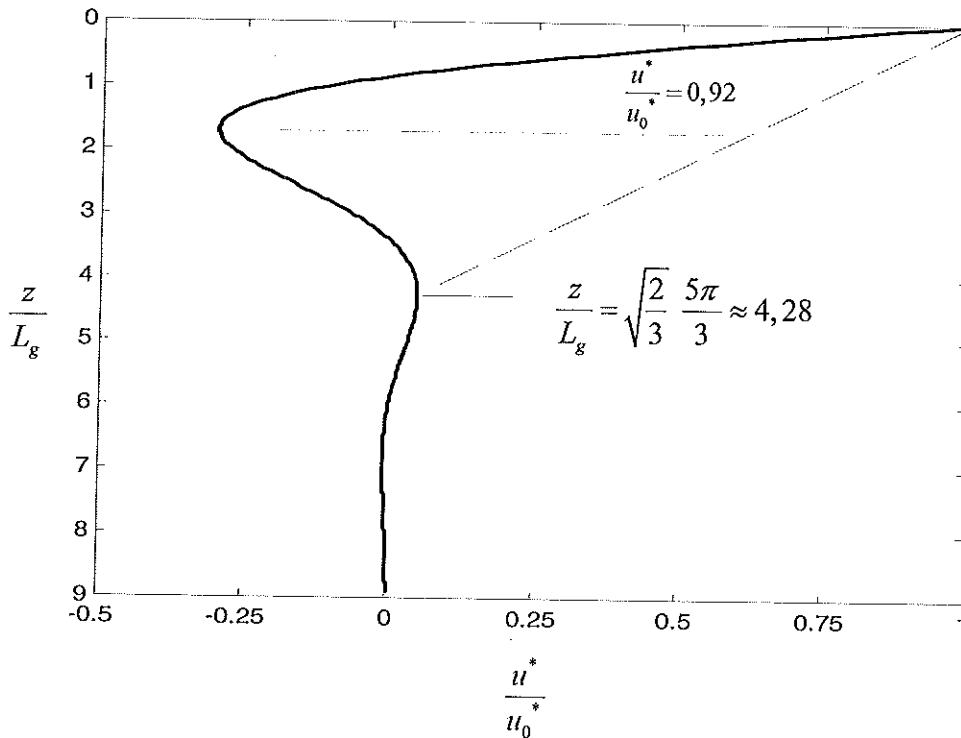
$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_u}}$$

Knäckningsmoden enligt (3.22) illustreras i Figur 3.7.

Den elastiska knäckningslasten och tillhörande knäckningslast har strängt taget ingen relevans i en dimensioneringssituation. Pålen knäcker ju aldrig elastiskt, d.v.s. att materialet är elastiskt och att deformationerna återgår vid avlastning. Det är emellertid praktiskt att utnyttja den elastiska knäckningslasten och tillhörande knäckningsmod när man studerar inverkan av initialimperfektioner, en metodik som är klassisk inom konstruktionsteknik. Vi skall därför diskutera hur dess kunskaper kan utnyttjas i en praktisk dimensionerings- och kontrollsituation.

Utvärdering av initialimperfektioner

Det kan visas att en initialimperfektion (initiell utböjning innan belastning) som är likformig, affin med knäckningsmoden som tillhör den lägsta kritiska axiallasten ger maximala tillskottsmoment i pålen. Genom att anta att pålens initialimperfektion är likformig med aktuell knäckningsmod görs ett konservativt val, men det visar sig också att sambanden att beräkna tillskottsmoment blir mycket enkla.



Figur 3.7 Knäckningsmod för lång påle där påltopp är fri att translatera och rotera.

Om pålens initialutböjning i påltoppen antas vara u_{0i} kan motsvarande translation u_0 i påltoppen vid axiell belastning beräknas som

$$u_0 = \frac{N/N_{cr}^1}{(1 - N/N_{cr}^1)} u_{0i} \quad (3.23)$$

Maximala momentet i pålen erhålls på avståndet $z = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi}{3} L_g \approx 0,86 L_g$ från påltoppen. Det maximala momentet kan beräknas som

$$M_{\max} = e^{-\frac{\pi}{3\sqrt{3}}} \frac{N u_{0i}}{(1 - N/N_{cr}^1)} \approx 0,55 \frac{N u_{0i}}{(1 - N/N_{cr}^1)} \quad (3.24)$$

Måttet u_{0i} är teoretiskt och kan inte mätas på pålen efter slagning. Normalt mäts krokigheten som avvikelser från en rät linje på en vald mätsträcka. I Figur 3.7 indikeras hur en sådan utvärdering kan gå till. Maximala utböjningen δ av knäckningsmoden på mätsträckan $4,28 L_g$ är $\delta = 0,92 u_{0i}$. Uppmätta δ kan u_{0i} beräknas som $u_{0i} = 1,09 \delta$. Insättes detta i (3.24) fås

$$M_{\max} \approx 0,55 \frac{N 1,09 \delta}{1 - N/N_{cr}^1} \approx 0,6 \frac{N \delta}{1 - N/N_{cr}^1} \quad (3.25)$$

Utvärdering av initialimperfektioner kan ammanfattas enligt följande:

Vid en dimensionering beräknas L_g med hjälp av (3.8). Pillhöjden, δ , beräknas, t.ex. med hjälp av schablonvärden på krokighet enligt Pålkommisionens rapport 96:1, på sträckan $4,28 L_g$. Maximalt tillskottsmoment beräknas enligt (3.25).

Vid en kontrollberäkning bestäms initalkrokigheten, δ , på sträckan $4,28 L_g$ genom mätning. Maximalt tillskottsmoment beräknas enligt (3.25).

Transversalbelastad påle

Ekvation (3.10) är styrande för en påle som är belastad såväl med en tryckande normalkraft som en transversell last. Om pålen enbart är belastad i påltoppen blir högerledet i (3.10) lika med noll, och en s.k. homogen ekvation skall lösas, med en tillhörande homogen lösning.

Belastas pålen utmed sin längd, av t.ex. rörelser i omgivande jord, är högerledet skilt från noll och normalt löses en sådan ekvation genom uppdelning i en homogen lösning, enligt tidigare, och en partikulär lösning. Lösningen kan alltså skrivas som $u(z) = u_h(z) + u_p(z)$, där u_h är den homogena lösningen och u_p är den partikulära lösningen.

Den homogena ekvationen kan skrivas som

$$u_h'''' + b u_h'' + c u_h = 0, \quad b = \frac{N}{EI}, \quad c = \frac{K_u}{EI} \quad (3.26)$$

och har den allmänna lösningen

$$u_h(x) = a_1 e^{\lambda_1 z} + a_2 e^{\lambda_2 z} + a_3 e^{\lambda_3 z} + a_4 e^{\lambda_4 z} \quad (3.27)$$

$$\lambda_i = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left(b \pm \sqrt{b^2 - 4c} \right)}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

där λ_i i normalfallet är en komplex konstant, dvs består av en real del och en imaginär del. I följande avsnitt skall vi emellertid koncentrera framställningen på det för pålar så viktiga fallet där en lång påle belastas i påltoppen.

Antas pålen inledningsvis vara helt rak och att inga rörelser förekommer i omkringliggande jord erhålls den homogena ekvationen enligt (3.26). Vidare antas att

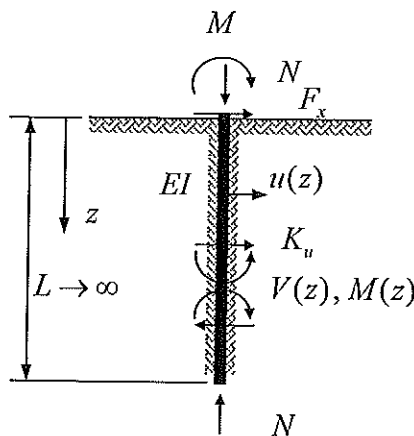
pålen är tryckt ($N > 0$) och att bäddmodulen begränsas till $K_u > \frac{1}{4} \frac{N^2}{EI}$.

För den långa pålen enligt Figur 3.8 gäller randvillkoren $u(z) = u''(z) = 0$ då $z \rightarrow \infty$, varur två av koefficienterna $a_1 - a_4$ kan bestämmas. De återstående två bestäms med aktuella randvillkor i påltopp. Införs beteckningarna L_{g1} och L_{g2} kan lösningen skrivas som

$$u(z) = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left(a_1 e^{i \frac{z}{L_{g1}}} + a_2 e^{-i \frac{z}{L_{g1}}} \right),$$

$$L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} + b}}, \quad L_{g2} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} - b}} \quad (3.28)$$

I Bilaga C redovisas ett antal viktiga elementarfall.



Figur 3.8 Lång påle belastad med såväl axiella som transversella laster.

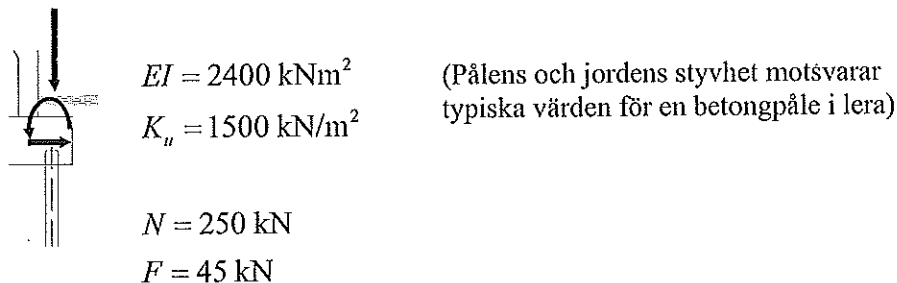
Analys av transversalbelastade pålar utan normalkraft enligt elasticitetsteori kan rent praktiskt utföras med superponering av elementarfall. Då pålen belastas med normalkraft är emellertid den styrande ekvationen (3.26) inte linjär och superpositionsprincipen är därför inte generellt tillämplig. Vid en konstant normalkraft är det emellertid fortfarande giltigt att superponera lasteffekten av olika belastningar. Vid en given normalkraft kan alltså elementarfallen med olika belastningsfall kombineras för att erhålla det verkliga belastningsfallet.

Då pålens initialkrokighet och jordens eventuella rörelser skall beaktas måste en partikulärlösning identifieras för respektive belastning. Denna lösning skall satsifiera (3.10) och måste även satsifiera aktuella randvillkor. Det existerar inte någon generell lösning, utan det är endast vissa specialfall som har analytiska lösningar. För att rationellt kunna hantera partikulärlösningarna har i Bilaga B redovisats ett antal lösningar för initialkrokighet och sättningar i omgivande jord som satsifierar randvillkoren $u(z=0) = u'(z=0) = 0$ tillsammans med $u(z \rightarrow \infty) = u'(z \rightarrow \infty) = 0$. I Bilaga B redovisas vidare hur den aktuella partikulärlösningen kan kombineras med lämplig homogen lösning.

Exempel:

För att exemplifiera metodiken som beskrivits ovan skall en påle ingående i landfäste som beskrivits i Avsnitt 1 analyseras. Exemplet är medvetet idealiserat och förenklat i syfte att fokusera på metodens mest centrala delar. Mera fullständiga exempel redovisas i kapitel 4.

Antag en vertikal påle som belastas med en normalkraft N och en horisontell kraft F i påltoppen. Pålen kan antingen vara ledat eller momentstyvt infäst i bottenplattan. Pålens initialkrokighet antas vara $L/300$ (oskarvad övre del). Vidare antas omgivande jord förskjutits 50 mm horisontellt i nivå med pålskallen, medan denna rörelse har minskat till hälften på 4 m djup. Övriga förutsättningar framgår av Figur 3.9. Samtliga pålar antas, i syfte att förenkla problemställningen, vara identiskt belastade, och därmed sker ingen kraftöverföring mellan pålarna i pålgruppen via bottenplattan.



Figur 3.9 Beräkningsförutsättningar.

Problemet antas vara elastiskt och löses därför lämpligen stegvis.

- Laster som angriper vid pålhuvudet.
- Initialkrokighet
- Rörelser i omgivande mark

Elementarfall i Bilaga C utnyttjas för att bestämma pålens respons. Inledningsvis bestäms några hjälpparametrar.

$$b = \frac{N}{EI} = 0,1042 \text{ m}^{-2} \quad c = \frac{K_u}{EI} = 0,6250 \text{ m}^{-4} \quad \eta = \sqrt{4c - b^2} = 1,578 \text{ m}^{-4}$$

$$L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} + b}} = 1,541 \text{ m} \quad L_{g2} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} - b}} = 1,645 \text{ m}$$

$$\psi = \frac{L_{g1}}{L_{g2}} = 0,9362 \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\eta}{b}\right) = 1,505$$

$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_u}} = 1,59 \text{ m}$$

Bestäm förskjutningar i påltopp för de olika lastfallen för fri påltopp respektive ingjuten påltopp som är fri att translatera horisontellt.

Laster på påltopp

Då lasterna är givna på påltoppen kan vi direkt utnyttja elementarfallen i Bilaga C, Tabell C1. Då vi är intresserade av förskjutningarna, och så småningom rotationen i påltoppen, beräknas inledningsvis aktuella "C-värden".

Förskjutning av transversell last;

$$C_{F\delta N}(z=0) = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)} \sin \varphi = 1,225$$

Rotation av transversell last; $C_{F\alpha N}(z=0) = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)} (\cos \varphi + \psi \sin \varphi) = 1,228$

Förskjutning av moment;

$$C_{M\gamma N}(z=0) = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)(1 + \psi^2)} ((1 - 3\psi^2) \cos \varphi + \psi(3 - \psi^2) \sin \varphi) = 1,228$$

Rotation av moment:

$$C_{M\delta N}(z=0) = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)(1 + \psi^2)} ((1 - 3\psi^2) \cos \varphi + \psi(3 - \psi^2) \sin \varphi) = 1,149$$

Påle fri att rotera:

Pålen antas först vara fri att rotera i bottenplattan. Förskjutningen fås som;

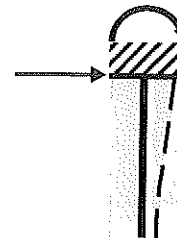
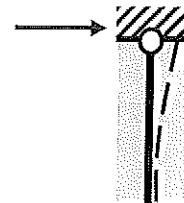
$$u(z=0) = \frac{F L_{g1}^3}{2 EI} C_{F\delta N}(z=0) = 0,0420 \text{ m}$$

Om normalkraften är noll är $C_{\delta 0} = C_{F\delta N} = 1$ och förskjutningen fås som:

$$u = 0,0377 \text{ m}$$

Pålens rotation kan beräknas som;

$$u'(z=0) = \frac{F L_{g1}^2}{2 EI} C_{F\alpha N}(z=0) = 0,0273$$



Om man nu istället antar att pålen är förhindrad att rotera i påltoppen minskar deformationerna.

Påle förhindrad att rotera:

Då rotationen förhindras uppstår ett inspänningsmoment. Momentet kan bestämmas på två alternativa sätt.

Man kan för det första utnyttja Tabell C1 i Bilaga C igen och lägga på ett moment som ger en rotation som är lika stor som den som beräknats ovan, fast med omvänt tecken. Gör vi det får vi;

$$M(z=0) = \frac{EI (-u'(z=0))}{L_{g1} C_{M\delta N}(z=0)} = -37,0 \text{ kNm}$$

Detta moment ger emellertid även upphov till en förskjutning. Den totala förskjutningen, om både transversell kraft och moment beaktas, erhålls som;

$$u(z=0) = \frac{F L_{g1}^3}{2 EI} C_{F\delta N}(z=0) + \frac{M L_{g1}^2}{2 EI} C_{M\gamma N}(z=0) = 0,0195 \text{ m}$$

Alternativt kan vi utnyttja Tabell C2 och direkt använda fallet med transversell förskjutning, där rotationen är förhindrad. Då $F_x = -V(z=0)$ får vi

$$u(z=0) = F_x \frac{L_{g1}^3}{4 EI} \frac{1}{C_{u\delta N}(z=0)} = 0,0195 \text{ m}$$

Motsvarande deformation då normalkraften är noll kan beräknas på samma sätt;

$$u = 0,0189 \text{ m}$$

Initialkrokighet

Antag en initialkrokighets vars form sammanfaller med knäckningsmoden för påle med fri påltopp. Angiven initialkrokigheten måste översättas till en horisontell förskjutning av påltopp. Enligt Figur 3.7, med tillhörande beskrivningar, kan initialutböjningen i påltopp approximativt bestämmas från initialkrokigheten som

$$\hat{u}_i = 1,09 (4,28 L_g) / 300 = 0,025 \text{ m.}$$

I detta sammanhang är det aktuellt att använda Tabell C2 i Bilaga C, och vi beräknar därför aktuella "C-värden";

$$C_{u\gamma N}(z=0) = 0,9382$$

$$C_{u\delta N}(z=0) = 0,8783$$

$$C_{m\delta N}(z=0) = 0,9362$$

$$C_{m\alpha N}(z=0) = 0,9382$$

Enligt Bilaga B, Tabell B1 kan reaktionskrafterna för en initialkrokighet som är affin med första knäckningsmoden beräknas som;

$$M_{1p} = \frac{N \hat{u}_t}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \left(\frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) - \sqrt{2} \frac{L_g}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0) \right) = -2,64 \text{ kNm}$$

$$F_{1p} = \frac{-N}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \frac{2 \hat{u}_t}{L_g} \left(\frac{L_g^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{maN}(0) \right) = -2,35 \text{ kN}$$

Dessa reaktionskrafter motsvarar alltså det moment och den tvärkraft som krävs för att bibehålla homogena geometriska randvillkor i påltoppen, d.v.s. $u(z=0) = u'(z=0) = 0$. Detta gäller ju emellertid inte för det aktuella fallet, så lösningen måste justeras. Detta görs genom att motsvarande reaktionskrafter läggs på det verkliga systemet.

Om vi först studerar fallet med påle fri att rotera i bottenplattan erhålls med hjälp av Bilaga C, Tabell C1;

$$u(z=0) = \frac{-F_{1p} L_{g1}^3}{2 EI} C_{F\delta N}(z=0) + \frac{-M_{1p} L_{g1}^2}{2 EI} C_{M\gamma N}(z=0) = 0,0038 \text{ m}$$

där den första termen motsvarar transversell reaktionskraft medan den andra termen motsvarar reaktionskraften av momentet. Om däremot påltoppen är förhindrad att rotera, men fri att translatera, erhålls med hjälp av Tabell C2;

$$u(z=0) = -F_{1p} \frac{L_{g1}^3}{4 EI} \frac{1}{C_{u\delta N}(z=0)} = 0,0010 \text{ m}$$

Således orsakar initialkrokigheten mycket begränsade rörelser av påltoppen.

Rörelser i omgivande jord

Rörelsen i jorden är angiven i två punkter, i nivå med pålskallen och på en nivå 4 m djupare. Antag en exponentiell fördelning enligt Bilaga B, Tabell B1. Parametern λ kan bestämmas genom följande som;

$$e^{-\frac{4}{\lambda}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = 5,77$$

Reaktionskrafterna för partikulärlösningen kan därefter bestämmas enligt Tabell B1 som;

$$M_{1p} = \frac{K_u \lambda^2}{1 + b\lambda^2 + c\lambda^4} \hat{w}_g \left(1 - \left(\frac{-2 \lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) + \frac{2 \lambda}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0) \right) \right) = 72,7 \text{ kNm}$$

$$F_{1p} = \frac{K_u \lambda^2}{1 + b\lambda^2 + c\lambda^4} \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(1 - \left(\frac{-4 \lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) + \frac{2 \lambda^2}{L_{g1}^2} C_{maN}(0) \right) \right) = -98,8 \text{ kN}$$

På samma sätt som tidigare belastar dessa krafter och moment med omvänt tecken ett system med korrekta randvillkor. För påle med fri påltopp fås den homogena lösningen;

$$u(z=0) = \frac{-F_{lp} L_{g1}^3}{2EI} C_{F\delta N}(z=0) + \frac{-M_{lp} L_{g1}^2}{2EI} C_{M\gamma N}(z=0) = 0,0481 \text{ m}$$

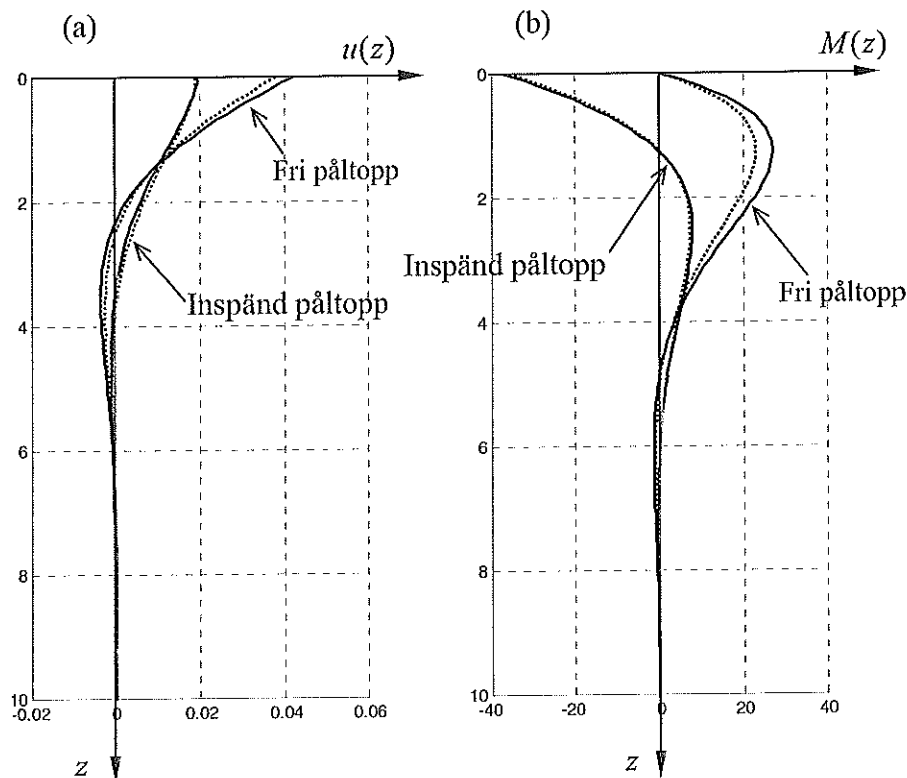
Om påltoppen förhindras att rotera fås på samma sätt som beskrivits ovan

$$u(z=0) = -F_{lp} \frac{L_{g1}^3}{4EI} \frac{1}{C_{u\delta N}(z=0)} = 0,0429 \text{ m}$$

Pålen följer i stort sett med i jordens rörelser, men pålens böjstyvhet reducerar deformationerna i viss utsträckning.

Sammanfattning

I Figur 3.10 visas förskjutningar och moment för påle belastad i påltopp med fri och inspänd påltopp. Syftet med exemplet är att visa principerna för transversellt belastade pålar och påvisa skillnaden mellan inspänningsförhållandena i bottenplattan. Vid enskilt fall måste givetvis beräknade förskjutningar och moment kontrolleras mot uppställda krav.

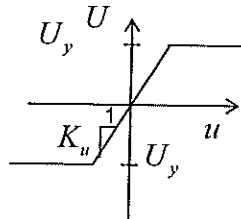


Figur 3.10 (a) Transversella förskjutningar och (b) moment för påle med fri och inspänd påltopp. Heldragen linje $N = 250 \text{ kN}$, streckad linje $N = 0 \text{ kN}$.

3.3.2. Måttlig belastning – elastisk respons påle, plastisk respons i jord Transversalbelastad påle utan normalkraft

Då en slank påle transversalbelastas överförs en stor del av krafterna till omgivande jord. Som visats i de elasticitetsteoretiska analyserna i föregående avsnitt koncentreras krafterna i jorden lokalt omkring den punkt där kraftangreppet sker. Kraftkoncentrationen är speciellt uttalad för det vanligt förekommande fallet med en horisontalkraft i närheten av markytan och det sker därför normalt tidigt en plasticering i jorden. Plasticeringen tilltar allt eftersom lasterna och deformationerna ökar och till sist har pålen uppnått sin bärförmåga med avseende på horisontalkrafter. Som diskuterats tidigare kan två principiellt olika brottmoder uppstå. Vid en kort påle är jordens hållfasthetsegenskaper (geotekniska bärförmåga) ensamt avgörande för bärförmågan. I normalfallet, och det vi fortsättningsvis kommer att behandla, är pålen så lång att pålelementets lastkapacitet tillsammans med jordens geotekniska bärförmåga avgör pålens kapacitet.

Inledningsvis studeras en påle som inte är belastad med normalkraft. Det förutsätts att ingen plasticering sker i pålelementet och att jordens respons vid transversalbelastning av pålen kan beskrivas med en idealt elastoplastisk modell utan hårdnande, se Figur 3.11.



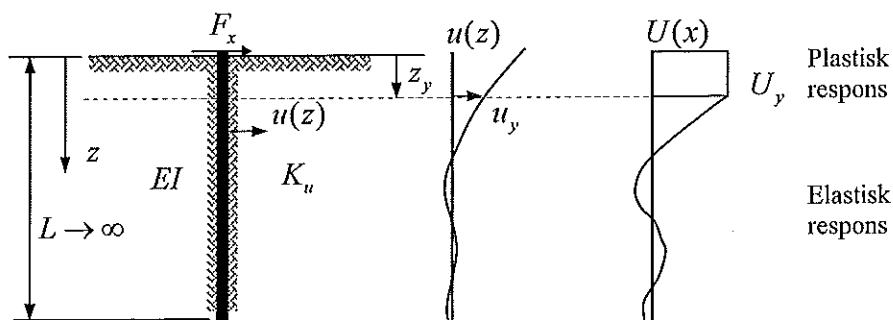
Figur 3.11 Jordens respons vid transversell belastning.

En påle i en jord med konstant bäddmodul och flyttryck belastas med en transversell belastning i påltoppen, F_x , se Figur 3.12. Jordens respons i pålens övre del är plastisk, medan den är elastisk på en djupare nivå. På djupet z_y sker övergången mellan plastisk och elastisk respons. Pålens transversella förskjutning på denna nivå är;

$$u_y = \frac{U_y}{K_u} \quad (3.29)$$

För det aktuella fallet kan djupet z_y uttryckas som;

$$z_y = 2 \frac{F_x}{U_y} - L_g \quad L_g = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_u}} \quad (3.30)$$



Figur 3.12 Transversalbelastad påle i jord med konstant hållfasthet och styvhet mot djupet.

Deformationer i påltoppen beräknas genom superposition av translation och rotation av den underliggande elastiska delen med deformationer i den övre plasticerade delen, vilket kan uttryckas som.

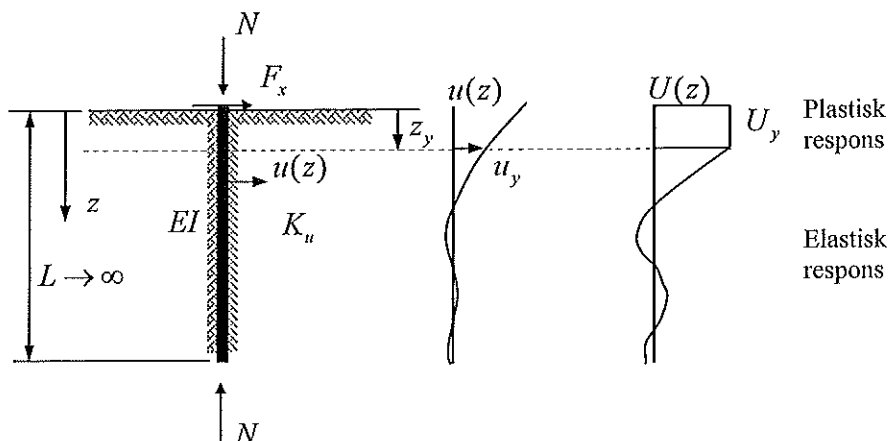
$$u(0) = u_y + m_y \cdot z_y + \frac{F_x}{3} \frac{z_y^3}{EI} - \frac{U_y}{8} \frac{z_y^4}{EI} \quad (3.31)$$

där u_y och m_y är translation respektive rotation på djupet z_y .

Motsvarande analyser kan göras för en jord med mot djupet linjärt varierande hållfasthet och styvhet, men kräver ett iterativt förfarande för att bestämma djupet på det plasticerade området z_y .

Transversal- och normalkraftsbelastad påle

I föregående avsnitt har behandlats hur plasticering av jorden vid en rent transversalbelastad påle utan normalkraft kan behandlas genom att göra en uppdelning av pålen i två delar. Den övre delen antas omgiven med jord som uppnått sitt plastiska sidomotstånd, medan den undre delen av pålen omges av en jord som uppvisar elastisk respons. Belastas pålen med en normalkraft kan denna modell fortsatt utnyttjas om andra ordningens effekt av en tryckande normalkraft beaktas.



Figur 3.13 Transversal- och axialbelastad påle i jord med konstant hållfasthet och styvhet mot djupet.

Metodiken som föreslagits vid en ren transversalbelastning utan normalkraft innebär att djupet på den plasticerade delen av jorden bestäms. För konstanta hållfasthet och styvhet kan djupet uttryckas explicit, jämför (3.30), medan iteration krävs för övriga fall. Därefter kan snittkrafter bestämmas för den övre delen av pålen med hjälp av jämviktsekvationer och snittkrafter i den undre delen bestäms med hjälp av lösning för balk på elastisk bädd. Vid en normalkraftsbelastad påle är denna metodik inte direkt tillämplig, då snittkrafter och deformationer är kopplade (andra ordningens teori). Ett iterationsförfarande är istället nödvändigt.

Iterationen kan ske på olika sätt, men en lämplig metodik har visat sig vara att först bestämma ett jämviktsläge för påle utan normalkraft. Därefter beaktas andra ordningens effekt av normalkraften, t.ex. enligt elementarfallen i Bilaga C och D, och ett nytt jämviktsläge sökes. Metodiken illustreras i följande exempel.

Exempel

I exemplet i Avsnitt 3.3.1 antogs idealt elastiska förhållanden gälla i pålen såväl som i jorden. I föreliggande exempel antas att pålen elastisk medan jorden har en idealt elasto-plastisk respons enligt Figur 3.11.

Beräkningsföresättningar sammanfattas i Figur 3.9.

Jordens gränstryck antas kunna bestämmas med hjälp av jordens odränerade skjuvhållfasthet.

$$U_y = 6 c_{ud} d = 24,8 \text{ kN/m}$$

Gränstrycket motsvarar deformationen

$$u_y = \frac{U_y}{K_u} = 0,0165 \text{ m}$$

Jämförelse med exemplet i föregående avsnitt visar att jorden plasticerar såväl för fri som inspänd pålskalle. Om normalkraftens inverkan inledningsvis försummas kan djupet på det plasticerade området för fallet med den fria pålskallen bestämmas enligt (3.30).

$$z_y = 2 \frac{F_x}{U_y} - L_g = 2 \frac{45}{24,8} - 1,59 = 2,04 \text{ m}$$

Över denna nivå har jorden en plastisk respons mot pålen, medan jordens respons därunder är elastisk. Då pålen belastas med en tryckande normalkraft minskar dess effektiva styvhet och deformationerna ökar och därmed ökar det plasticerade området. På djupet z_y är pålens transversella deformation definitionsmässigt u_y , medan vinkeländringen m_y är obekant. Enligt elementarfallen i Bilaga C, *Belastning genom givna förskjutningar*, kan tvärkraft och moment på djupet z_y för den elastiska delen skrivas som:

$$V = \frac{2 EI}{L_{g1}^2} \left(-u_y \frac{2}{L_{g1}} C_{u\delta N}(0) + m_y C_{m\alpha N}(0) \right) \quad (3.32)$$

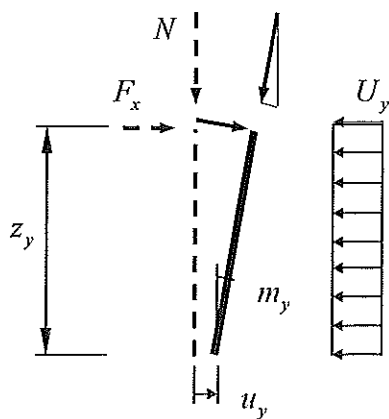
$$M = \frac{2 EI}{L_{g1}} \left(-u_y \frac{1}{L_{g1}} C_{u\gamma N}(0) + m_y C_{m\delta N}(0) \right) \quad (3.33)$$

På motsvarande sätt kan tvärkraft och moment på djupet z_y tecknas för den övre delen av pålen där jorden plasticerar. Med hjälp av elementarfall i Bilaga D erhålls

$$V = -F_x + U_y z_y \quad (3.34)$$

$$M = (F_x + m_y N) z_y C_{F\psi N}(z_y) - \frac{U_y z_y^2}{2} C_{U\psi N}(z_y) \quad (3.35)$$

där effekten av att konsoldelen lutar vinkeln m_y beaktas genom att tvärkraften i toppen ökar med kraften $m_y N$, se Figur 3.14.



Figur 3.14 Krafter och deformationer av pålens övre del.

De obekanta storheterna m_y och z_y bestäms genom ett iterativt förfarande. Vinkeln m_y bestäms t.ex. genom att kombinera (3.32) och (3.34). Insättning i (3.33) och (3.35) visar om momentjämvikt erhållits. Djupet på det plasticerade området z_y justeras, varvid ett nytt värde på m_y beräknas och momentjämvikt kontrolleras på nytt. Beräkning för aktuellt fall är genomförd i Tabell 3.1. I detta fall antas koefficienterna $C_{u\delta N}$, $C_{m\alpha N}$, $C_{u\gamma N}$ och $C_{m\delta N}$ vara konstanta.

Tabell 3.1

	N [kN]	z_y [m]	$C_{F\psi N}(z_y)$	$C_{U\psi N}(z_y)$	m_y [rad]	ΔM [kNm]
1	0	2,04	1,00	1,00	0,024	0
2	250	2,04	1,18	1,14	0,023	27,6
3	250	2,60	1,33	1,24	0,030	20,4
4	250	2,80	1,41	1,30	0,033	18,6
5	250	3,00	1,50	1,37	0,035	17,7
6	250	3,20	1,62	1,46	0,038	18,2
7	250	3,4	1,78	1,58	0,041	20,9

Av sammanställningen framgår att då andra ordningens effekter beaktas är inte pålen i jämvikt. Då det plasticerade området ökas minskar inledningsvis ojämvikten upp till $z_y = 3,00$ m, för att sedan åter öka. Jämvikt går således inte att finna för det aktuella belastningsfallet.

För att erhålla jämvikt förutsätts pålen fortsättningsvis vara fast inspänd i bottenplattan. Förhindras pålen att rotera vid en ren tvärkraftsbelastning erhålls ett inspänningsmoment som kan härledas med hjälp av Tabell D1 och D2 i Bilaga D.

$$M_y = \frac{-F_x z_y}{2} \frac{C_{F\lambda N}(0)}{C_{M\lambda N}(0)} + \frac{U_y z_y^2}{6} \frac{C_{U\lambda N}(0)}{C_{M\lambda N}(0)} + \frac{-EI}{L} \frac{1}{C_{M\lambda N}(0)} m_y \quad (3.36)$$

Detta moment skall adderas till (3.35). En ny iteration redovisas i Tabell 3.2. Inledningsvis, då normalkraften försummas, erhålls jämvikt för $z_y = 0,8$ m.

Tabell 3.2

	N [kN]	z_y [m]	$C_{F\psi N}(z_y)$	$C_{U\psi N}(z_y)$	m_y [rad]	ΔM [kNm]
1	0	0,80	1,00	1,00	0,0075	-0,9
2	250	0,80	1,023	1,017	0,0068	6,4
3	250	0,90	1,029	1,022	0,0088	3,1
4	250	1,00	1,036	1,027	0,0094	0,051

Av resultatet framgår att inspänningen i påltoppen ökar knäckningssäkerheten avsevärt, och andra ordningens effekter blir betydligt mindre uttalade. Den plasticerade delen av jorden ökar från 0,80 m till 1,0 på grund av andra ordningens effekter. Rörelse i påltoppen kan med hjälp av Bilaga D skrivas som

$$u(z=0) = u_y + m_y z_y + \frac{F_x z_y^3}{3EI} C_{FzN}(0) + \frac{M_y z_y^2}{2EI} C_{MzN}(0) - \frac{U_y z_y^4}{8EI} C_{UzN}(0) \quad (3.37)$$

Jämförelse med exempel i föregående avsnitt visar att förskjutningen i påltoppen fördubblas från ca 20 mm till 40 mm med anledning av att jorden plasticerar.

I detta exempel har inte effekten av initialkrokighet beaktats. Vi skall därför föreslå en approximativ metod så att även denna väsentliga effekt kan inkluderas i analysen. Genom att utnyttja en energimetod, där pålens energipotential formuleras med hjälp av pålens förskjutning, kan enkla, men approximativa, uttryck härledas där effekter av pålens initialkrokighet inkluderas. Olika energimetoder behandlas bl.a. i Åkesson (1978).

Betrakta en initialkrokig påle som är belastad med en transversell last, F_x , en axiell last, N , se Figur 3.13, men även ett moment, M . Pålen antas ha en transversell förskjutning $u(z)$ och jordens sidomotstånd antas vara plastiskt på sträckan z_y från markytan och elastisk därunder. Pålens potentiella energi Π kan delas upp i flera olika delar:

Då den elastiska pålen böjs erhålls den potentiella energin av böjning

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \int_0^L M \kappa dz = \frac{1}{2} \int_0^L EI (u'')^2 dz \quad (3.38)$$

och då jorden erhåller plastiska deformationer i pålen övre del erhålls den potentiella energin

$$\Pi_{s1} = \int_0^{z_y} U_y \left(u - \frac{1}{2} u_y \right) dz \quad (3.39)$$

medan den potentiella energin för pålens undre del erhålls som

$$\Pi_{s2} = \frac{1}{2} \int_0^L U u dz = \frac{1}{2} \int_0^L K_u (u)^2 dz \quad (3.40)$$

Den potentiella energin av yttre last kan formuleras som

$$\Pi_F = -F_x u_0 - M m \quad (3.41)$$

där u_0 och m är transversell förskjutning respektive rotation i påltoppen. Pålens potentiella energi erhåller också ett bidrag från normalkraften och pålens axiella förskjutning med hänsyn till böjning, se Figur 3.5.

$$\Pi_N = -\frac{1}{2} N \int_0^L \left[(u + u_i)' \right]^2 - (u_i')^2 dz = -\frac{1}{2} N \int_0^L \left[(u')^2 + 2(u' u_i) \right] dz \quad (3.42)$$

Pålen erhåller också axiella deformationer av tryckspänningar i tvärsnittet, men dessa är inte relevanta i detta sammanhang.

Den totala potentiella energin fås som

$$\Pi = \Pi_p + \Pi_{s1} + \Pi_{s2} + \Pi_F + \Pi_N \quad (3.43)$$

Låt oss nu definiera den initialt raka pålen ($u_i(z) = 0$) som en referens med transversella deformationer $u(z) = u_{0i}(z)$, d.v.s. de deformationer som beräknats i ovanstående exempel.

Vi antar nu att initialkrokigheten, $u_i(z)$, är likformig med deformationerna för den imperfektionsfria pålen.

$$u_i(z) = c_i u_{0i}(z) \quad (3.44)$$

Vidare antas att den totala deformationen ökar med en faktor, a , relativt den imperfektionsfria pålen.

$$u(z) = a u_{0i}(z) \quad (3.45)$$

Om den imperfektionsfria pålen har den potentiella energin Π_0 , som kan uttryckas som

$$\Pi_0 = \Pi_{p0} + \Pi_{s10} + \Pi_{s20} + \Pi_{F0} + \Pi_{N0} \quad (3.46)$$

kan den potentiella energin för pålen med initialimperfektioner uttryckas som

$$\Pi = a^2 \Pi_{p0} + a \Pi_{s10} + a^2 \Pi_{s20} + a \Pi_{F0} + (a^2 + 2ac_i) \Pi_{N0} \quad (3.47)$$

Jämvikt erhålls för systemet då derivatan med avseende på den okända parametern a är noll.

$$\frac{d\Pi}{da} = a 2\Pi_{p0} + \Pi_{s10} + a 2\Pi_{s20} + \Pi_{F0} + (a + c_i) 2\Pi_{N0} = 0 \quad (3.48)$$

och på så sätt kan faktorn a bestämmas som

$$a = -\frac{\Pi_{F0} + \Pi_{s10} + c_i 2\Pi_{N0}}{2\Pi_{p0} + 2\Pi_{s20} + 2\Pi_{N0}} = 1 - c_i \frac{2\Pi_{N0}}{2\Pi_{p0} + 2\Pi_{s20} + 2\Pi_{N0}} \quad (3.49)$$

där det utnyttjats att $a = 1$ för $c_i = 0$.

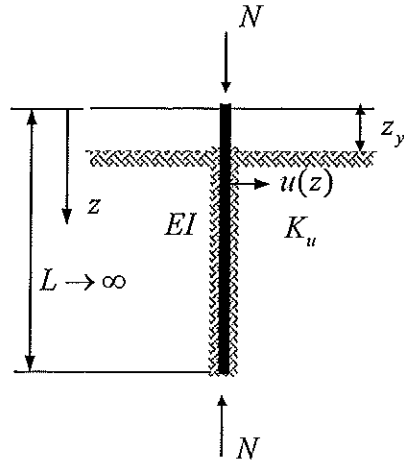
Systemets stabilitet kan kontrolleras genom att beräkna andraderivatan av potentiella energin. Instabilitet inträffar då andra derivatan är noll. Vi får alltså

$$\frac{d^2\Pi}{da^2} = 2\Pi_{p0} + 2\Pi_{s20} + 2\Pi_{N0cr} = 0 \quad (3.50)$$

där Π_{N0cr} är den potentiella energin av den kritiska normalkraften N_{cr} , d.v.s. knäckningslasten.

$$\Pi_{N0cr} = -\frac{1}{2} N_{cr} \int_0^L (u_{0i}')^2 dz \quad (3.51)$$

Av (3.50) framgår att endast potentiella energin av pålens böjning och transversella deformationer i den del av jorden som har elastisk respons bidrar till systemets stabilitet. Den kritiska lasten (knäckningslasten) kan alltså bestämmas för ett system som illustreras i Figur 3.15.



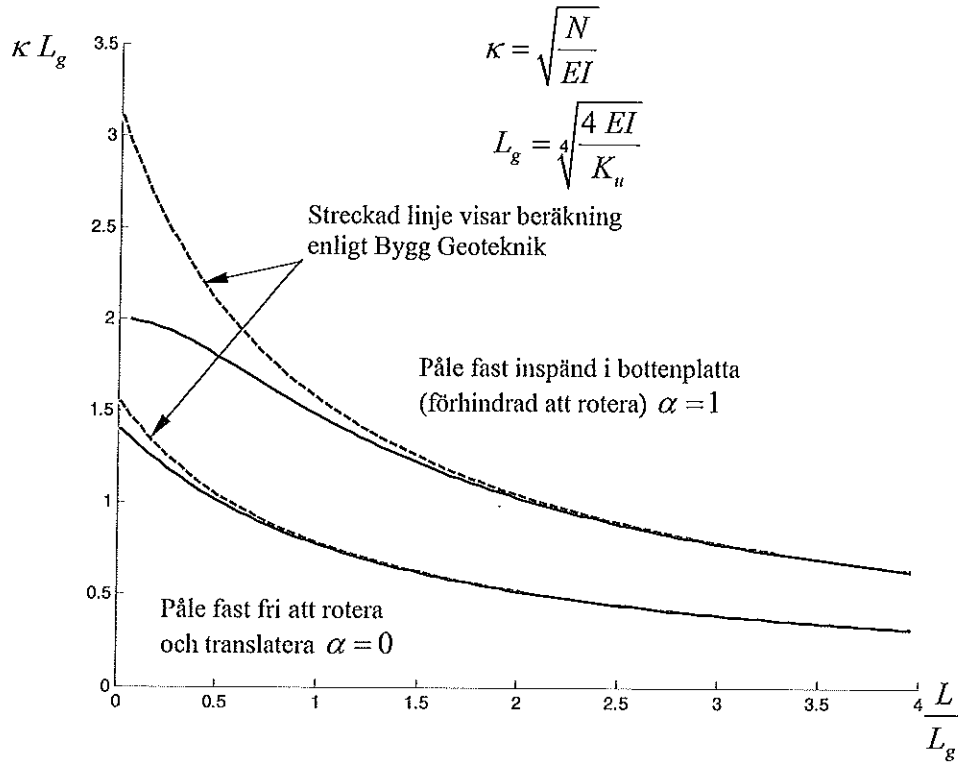
Figur 3.15 Axialbelastad påle med övre fri del.

Den elastiska knäckningen av detta system kan studeras på motsvarande sätt som för en påle med fri påltopp i elastiskt medium, enligt Avsnitt 3.3.1. Systemet kan reduceras till två frihetsgrader, en translation och en rotation. Genom att utnyttja styvhets sambandet i Bilaga B tillsammans med Bilaga D kan systemets styvhetsmatris etableras. Systemet knäcker elastiskt då determinanten av styvhetsmatrisen är noll. Efter insättning och förenklingar erhålls följande ekvation.

$$3\psi^4 + 2\psi^2 - 1 - 2\psi(1 + \psi^2) \frac{L_g}{z_y} \left(\kappa z_y \tan \kappa z_y - \alpha \frac{\kappa z_y}{\sin \kappa z_y \cos \kappa z_y} \right) = 0 \quad (3.52)$$

där beteckningar följer definitioner i Bilaga D. Parametern α anger inspänningsgrad av påltoppen, där 0 står för ledad påltopp och 1 står för förhindrad rotation. Ekvationen kan inte lösas explicit, men kan beräknas numeriskt. I Figur 3.16 redovisas normaliserade knäckningslast som funktion av den fria pålens längd. I Bygg Geoteknik (1984) redovisas ett förenklat sätt att beräkna knäckningslasten på en påle med fri övre del. Genom att anta att pålen är fast inspänd på avståndet L_g från markytan (i vårt fall den elastiska delen).

L_g är en karakteristisk längd för en balk på fjädrande bädd, som definierats i Bilaga C. Av Figur 3.16 framgår att för påle som är fri att rotera i sin övre del är överensstämmelsen mycket god.



Figur 3.16 Ideal knäckningslast för påle med övre fri (plasticerad) del och elastiskt inspänd i underliggande jordlager.

Om den kritiska lasten, N_{cr} , anses vara känd kan den potentiella energin av normalkraften Π_{N0} genom att utnyttja (3.51), (3.50) och (3.42) uttryckas som

$$\Pi_{N0} = -\frac{N}{N_{cr}}(\Pi_{p0} + \Pi_{s20}) \quad (3.53)$$

Förstoringsfaktorn a , enligt (3.49), kan därför uttryckas som

$$a = 1 + c_i \frac{\frac{N}{N_{cr}}}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (3.54)$$

Momentet i pålen förstoras också med faktorn a utmed hela pålens längd.

$$M(z) = a M_{0i}(z) \quad (3.55)$$

Lösningen är approximativ, vilket bl.a. framgår av momentfördelningen. Om t.ex. momentet i påltoppen är given som ett randvillkor uppfylls inte jämvikten i denna punkt.

Faktorn c_i anger kvoten mellan initialutböjning och motsvarande deformationer för den imperfektionsfria pålen. Faktorn bestäms genom att krokigheter av den deformerade pålen jämförs med antingen uppmätta krokigheter i pålen eller dimensionerande initial-

krokigheter, t.ex. enligt Pålkommisionens rapport 84a. I Exempel 2 nedan redovisas en metodik att utvärdera initialkrokigheten.

I detta avsnitt har vi på ett förenklat sätt studerat effekten av att jorden plasticerar. Effekten av normalkraftens andra ordningens effekt har inkluderats och har visats vara av stor betydelse. Avslutningsvis har en förenklad metod att beakta initialimperfektioner föreslagits. Genomgående för analyserna har varit att pålen antagits ha en linjärelastisk respons. I nästa avsnitt skall vi diskutera hur pålens bärförmåga i brottgränstillstånd kan bestämmas, dvs ett tillstånd då såväl påle som jordens bärförmåga är fullt utnyttjat. I brottgränstillståndet ställs inga krav på begränsning av deformationer.

3.3.3 Hög belastning –plasticering i jord och påle

Transversalbelastad påle utan normalkraft

I föregående avsnitt föreslogs en relativt enkel metod för att beakta jordens plastiska respons. De delar av pålen som befinner sig i en jord med elastisk respons analyseras som en balk på elastisk bädd. Över de områden där jorden har en plastisk respons belastas pålen med en utbredd last, vars intensitet är oberoende av de transversella deformationerna. De yttre lasterna kan ökas successivt och man kan kontinuerligt studera fördelningen av snittkrafterna i pålen. Vid en viss belastning uppnås pålens bärförmåga. Möjligheten att ytterligare öka lasten beror på möjligheten till kraftomlagringar. En omlagring av krafter och moment förutsätter först och främst att systemet är statiskt obestämt, men också att plastiska deformationer kan utbildas. Några olika fall skall kommenteras nedan.

Statiskt system

Om pålen är ledat förbunden med överbyggnaden, t.ex. en bottenplatta, kan inga kraftomlagringar inom pålen äga rum då maximalt moment eller tvärkraft uppnåts. Däremot kan eventuellt kraftomlagringar ske mellan enskilda pålar i en pålgrupp.

Om pålen är momentstyvt förbunden med överbyggnaden kan momentomlagringar ske inom pålen. Maximalt moment uppnås antingen först i inspänningssnittet mellan påle och bottenplatta, eller ett stycke ner i jorden. Lasten kan ökas tills båda dessa områden har uppnått sin plastiska bärförmåga. Därefter kan en omlagring mellan pålarna i en pålgrupp eventuellt fortsätta. Omlagring av tvärkrafter kan inte ske inom den enskilda pålen, men eventuellt mellan pålarna i en pålgrupp.

Plastisk deformerbarhet – duktilitet

Såväl stålplålar som armerade betongplålar uppvisar normalt ett duktilt brott vid momentbelastning. Träplålar uppvisar emellertid ett sprött brott.

Beträffande tvärkraftsbrutt kan man normalt inte förutsätta några stora plastiska deformationer. En svagt tvärkraftsarmerad betongpåle har ett relativt sprött brott (bestäms av betongens dragkraftskapacitet). Ett ofyllt stålrör tenderar att buckla vid tvärkraftsbrutt och en träpåle har ett sprött brott. En massiv stålplåle, t.ex. stålkärnepåle torde emellertid uppvisa ett duktilt brott vid ren tvärkraftsbelastning, men denna brottmod är förmodligen mycket sällan aktuell.

Transversal- och normalkraftsbelastad påle

Den diskussion som förts i föregående avsnitt är giltig även då pålen är belastad med en normalkraft. Fallet med momentomlagringar vid fast inspänd påltopp skall därför endast diskuteras nedan.

Om momentkapaciteten först uppnås i inspänningssnittet mellan påle och bottenplatta, vilket torde vara vanligast, kan analysen fortsätta. Istället för en fast inspänd påltopp antas ett konstant moment i påltoppen, motsvarande pålens momentkapacitet. Om momentkapaciteten först uppnås ett stycke ner i jorden torde man kunna anta att jorden mellan snittet där maximalt moment erhållits och påltopp har plasticerats. Den övre delen av pålen kan då analyseras som en konsol med överkanten fast inspänd i överbyggnaden och ett konstant moment i underkant. Andra ordningens effekter beaktas genom att utnyttja elementarfall i Bilaga D.

4. Dimensionering och analys

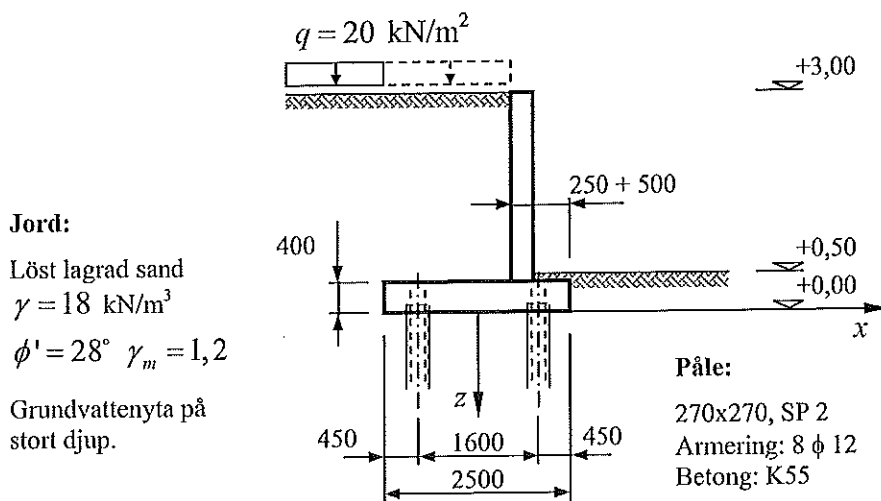
I föreliggande kapitel illustreras den i föregående kapitel föreslagna beräkningsmetodik med några exempel. I Exempel 1 redovisas en typisk stödmurskonstruktion som valts att grundläggas med vertikala pålar. I det första exemplet beaktas inte effekten av tryckande normalkraft i pålen. I Exempel 2 inkluderas effekten av tryckande normalkraft och initialkrokighet.

I Exempel 3 studeras en typisk pålgrupp för en bropelare som belastas med krafter från en broöverbyggnad, men även en olyckslast i form av en horisontell kraft. Effekten av sidomotstånd mot pålarna studeras. Lasteffekter av pågående marksättningar studeras i Exempel 4.

4.1 Exempel 1: Stödmur med vertikala pålar – normalkraft i påle beaktas ej

En tre meter hög långsträckt stödmur är grundlagd med vertikala pålar, som är ingjutna i bottenplattan. Jorden består av löst lagrad sand. Bakom stödmuren belastas jorden av en överlast om 20 kN/m^2 . Konstruktionen redovisas i Figur 4.1.

I detta exempel beräknas centumavståndet, c , mellan pålarna längs stödmuren under förutsättningen att den tryckande normalkraftens inverkan försummas.



Figur 4.1 Stödmurskonstruktion med vertikala pålar.

4.1.1. Lasteffekt

Vi beräknar inledningsvis karakteristisk lasteffekt av respektive egentyngd, jordtryck och överlast. Laster och moment refererar till origo i x/z-systemet.

Egentyngd: $\psi\gamma = 1,0$

	g	A	e_x	e_z	F_x	F_z	M
Bottenplatta	24	1	0,000			24,0	0,0
Frontmur	24	0,65	0,625			15,6	9,8
Fyllning, baktass	18	4,55	-0,375			81,9	-30,7
						121,5	-21,0

Jordtryck: $\psi\gamma = 1,1$ (vilojordtryck antas enligt BRO 2002)

$$K_0 = 1 - \sin \phi' = 0,53$$

	s_v	p	e_x	e_z	F_x	F_z	M
Överkant	0	0					
Underkant	54	28,62		1,000	42,9		42,9
					42,9	0,0	42,9

Överlast: $\psi\gamma = 1,3$

	s_v	p	e_x	e_z	F_x	F_z	M
Överkant	20	10,6					
Underkant	20	10,6	-0,375	1,500	31,8	52,0	-19,5
					31,8	52,0	47,7
							28,2

Dimensionerande lasteffekt på grundläggningsnivå:

$$F_{x\text{tot}} = 1,0 \cdot 0,0 + 1,1 \cdot 42,9 + 1,3 \cdot 31,8 = 88,5 \text{ kN/m}$$

$$F_{z\text{tot}} = 1,0 \cdot 121,5 + 1,1 \cdot 0,0 + 1,3 \cdot 52,0 = 189 \text{ kN/m}$$

$$M_{\text{tot}} = 1,0 \cdot (-21,0) + 1,1 \cdot 42,9 + 1,3 \cdot 28,2 = 62,9 \text{ kNm/m}$$

Dimensionerande pålkrafter i främre pålråd:

Antag att pålarna är placerade med centrumavståndet c längs stödmuren.

$$\frac{F_x}{c} = \frac{88,5}{2} = 44,3 \text{ kN/m}$$

$$\frac{N}{c} = \frac{189}{2} + \frac{62,9}{1,6} = 134 \text{ kN/m}$$

där bärighetsfaktorn N_ϕ beräknas enligt

$$N_\phi = 3 K_p = 3 \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi'_d}{2} \right) = 7,1$$

Bäddmodulen mot pålen beräknas enligt (2.12)

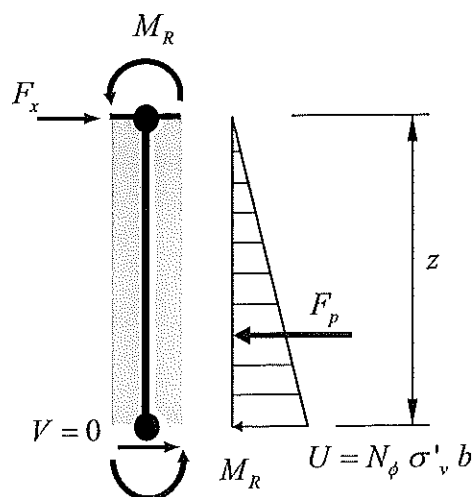
$$K_u = \frac{1}{2} \frac{k_{sk}}{\gamma_n \gamma_m} \cdot z = \frac{1}{2} \frac{7}{1,0 \cdot 1,2} \cdot z = 2,9 \cdot z \text{ MN/m}^2$$

4.1.3. Pålavstånd

Bestäm erforderligt centrumavstånd mellan pålarna i den främre pålraden för ett fall då effekten av tryckande normalkraft ej beaktas.

För att bestämma deformationer och moment i pålen vid initiell belastning kan en elastisk analys utföras. Den teori som föreslagits i föregående kapitel förutsätter emellertid en konstant bäddmodul utmed pålens hela längd. En representativ modul måste därför väljas, med vilken analyserna genomförs.

I den aktuella frågeställningen är vi emellertid endast intresserade av pålens bärförmåga och vi kan därför med fördel utnyttja gränslastteori i vår analys. Pålens förmåga att uppta transversella laster är uttömd då två flytleder utbildats utmed pålen. Den första flytleden utbildas i inspänningssnittet mellan påle och bottenplatta, medan den andra uppträder en bit ner i jorden. Sidomotståndet mot pålen kan antas uppnått flyttrycket. I Figur 4.2 redovisas krafter och moment som verkar på pålens övre del. Vi förutsätter fortsättningsvis att flytlederna som utbildas i pålen har erforderlig rotationskapacitet.



Figur 4.2 Krafter och moment som verkar på övre del av påle i ett gränslasttillstånd.

Problemet kan analyseras med statisk metod (undre gränslast) eller kinematisk metod (övre gränslast). Vi väljer här statisk metod och får på så sätt ett konservativt värde på pålens bärförmåga.

Det totala sidomotståndet mot pålen kan beräknas som

$$F_p = \frac{1}{2} N_\phi \sigma'_v b z = \frac{1}{2} N_\phi \gamma b z^2 \quad (4.1)$$

Den nedre flyttleden utbildas där momentet är maximalt, och därmed tvärkraften är noll. Horisontell jämvikt ger därför

$$F_x = F_p \quad (4.2)$$

Momentjämvikt ger

$$F_x z - F_p \frac{z}{3} - 2 M_R = 0 \quad (4.3)$$

Med hjälp av sambanden (4.1), (4.2) och (4.3) kan djupet z beräknas som

$$z = \sqrt[3]{\frac{6 M_R}{\gamma N_\phi b}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 45}{18 \cdot 7,1 \cdot 0,27}} = 1,99 \text{ m}$$

vilket ger den maximala transversella kraften på påltoppen

$$F_x = 68 \text{ kN}$$

vilket motsvarar ett centrumavstånd mellan pålarna längs stödmuren

$$c = \frac{68}{44,3} = 1,53 \text{ m}$$

Belastas påltoppen med denna transversallast överskrider emellertid pålens tvärkraftskapacitet, om inte pålen kompletteras med extra tvärkraftsarmering. Vi väljer därför att lokalt förstärka pålens tvärkraftsarmering. Dimensionering sker enligt BBK 94. Gynnsam effekt av lastangrepp nära upplag försummas här. Vi får därför

$$V_s \geq F_x - V_c = 68 - 33 = 35 \text{ kN}$$

Minsta tillåtna tvärkraftsarmering för att armeringen skall anses vara statiskt verksam är emellertid

$$V_s \geq 0,2 b_w d f_{ct} = 0,2 \cdot 0,27 \cdot 0,228 \cdot 0,96 \cdot 10^3 = 11,8 \text{ kN} < 35 \text{ kN}$$

Villkoret för statiskt verksam tvärkraftsarmering uppfylls därmed. Erforderlig armering beräknas som

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{V_s}{f_{sv} 0,9 d} = \frac{35}{435 \cdot 10^3 \cdot 0,9 \cdot 0,228} = 392 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{m}$$

Maximalt centrumavstånd mellan byglarna är $0,75 d = 0,17 \text{ m}$. Välj därför armeringen $\phi 8$ s150, vilket motsvarar $A_{sv}/s = 667 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{m}$.

Pålarna placeras lämpligen på centrumavståndet $c = 1,5 \text{ m}$. Påltoppen kompletteras med extra tvärkraftsarmering. Analysen baseras på gränslastteori där flyttleder antas utbildas, varvid krafter och moment omlagras i pålen vid ytterligare pålastning. En viktig förutsättning för denna teori är att pålen har erforderlig rotationskapacitet. Detta är inte

kontrollerat, utan vi skall istället i nästa exempel studera inverkan av tryckande normalkraft.

4.2 Exempel 2: Stödmur med vertikala pålar – normalkraft i påle beaktas

Detta exempel är en direkt fortsättning på Exempel 1. Vi studerar effekten av att pålen belastas med en tryckande normalkraft. Effekten av pålens initialkrokighet beaktas också.

Initialkrokigheten väljs enligt Rapport 84a för oskarvad betongpåle, dvs $\delta_{id} = L/300$.

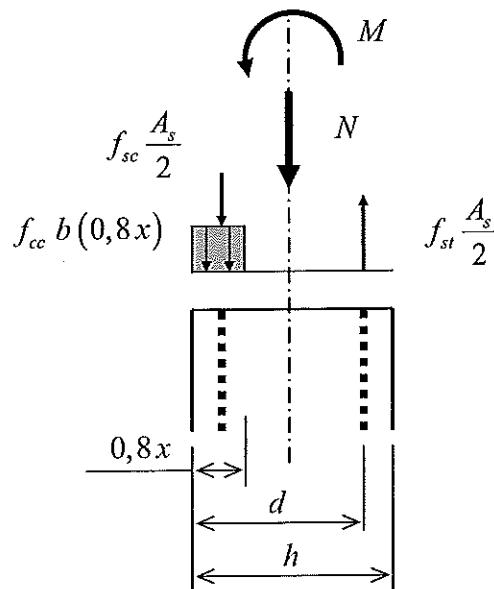
Problemet är icke linjärt och måste alltså lösas genom en stegvis iteration. Metodiken kan variera beroende på problemets art, men i avsnitt 3.3.2 har en metod där tjockleken på jordlagret där jorden plasticerar successivt förändras tills jämvikt erhålls.

Inledningsvis försummas effekten av initialkrokigheten och en påle i den främre pålraden studeras. Lasteffekten i dessa pålar på centrumavståndet $c = 1,5$ m är:

$$F_x = 44,3 \cdot 1,5 = 67 \text{ kN}$$

$$N = 134 \cdot 1,5 = 201 \text{ kN}$$

Den tryckande normalkraften ger upphov till andra ordningens deformationer, men ökar samtidigt betongtvärsnittets momentkapacitet. Momentkapaciteten för ett tvärsnitt enligt Exempel 1 kan beräknas enligt följande:



Figur 4.3 Påltvärsnitt som är belastat med tryckande normalkraft och moment i brottgränstillstånd.

Axiell jämvikt ger storleken på tryckzon

$$x = \frac{N + (f_{st} - f_{sc}) \frac{A_s}{2}}{0,8 f_{cc} b} = \frac{201 + (539 - 323) \cdot 10^3 \cdot \frac{904 \cdot 10^{-6}}{2}}{0,8 \cdot 15,6 \cdot 10^3 \cdot 0,27} = 88,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Töjningen i tryckarmeringen är

$$\varepsilon_{sc} = -\frac{x - TB}{x} \varepsilon_{cu} = -\frac{88,6 - 42}{88,6} 3,5 \cdot 10^{-3} = -1,84 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger stålspänningen

$$\sigma_{sc} = 190 \cdot 10^9 \cdot 1,84 \cdot 10^{-3} = 350 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 > f_{sc} = 323 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

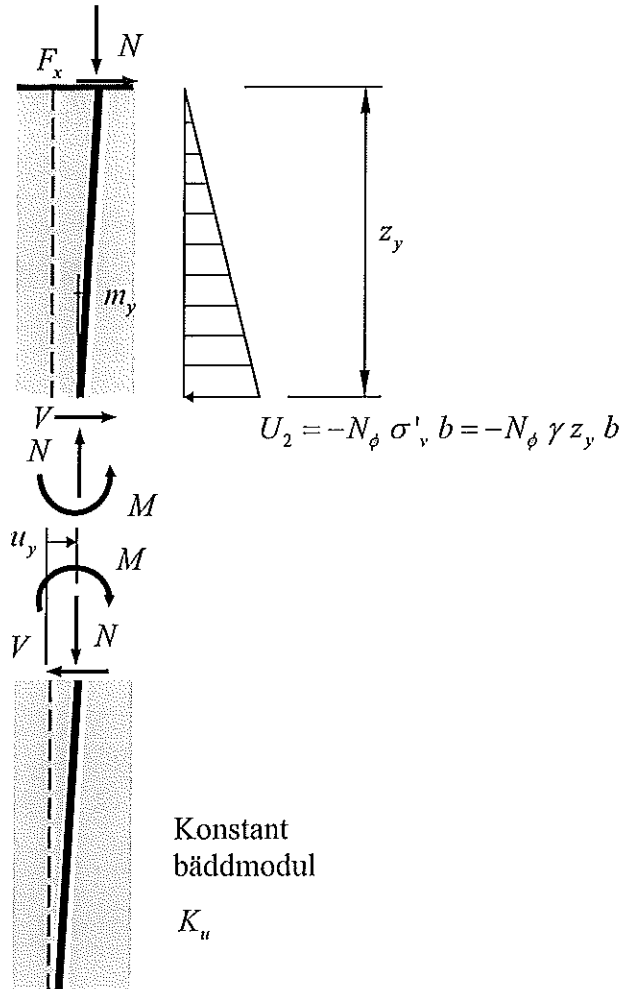
och antagandet om att tryckarmeringen flyter är således korrekt.

En momentekvation ger tvärsnittets momentkapacitet

$$\begin{aligned} M_R &= (f_{st} + f_{sc}) \frac{A_s}{2} \left(d - \frac{h}{2} \right) + f_{cc} b (0,8x) \left(\frac{h}{2} - \frac{0,8x}{2} \right) = \\ &= (539 + 323) \cdot 10^6 \frac{904 \cdot 10^{-6}}{2} \left(0,228 - \frac{0,270}{2} \right) + \\ &+ 15,6 \cdot 10^6 \cdot 0,27 (0,8 \cdot 0,0886) \left(\frac{0,270}{2} - \frac{0,8 \cdot 0,0886}{2} \right) = 66,0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Den tryckande normalkraften ger således en väsentlig ökning av tvärsnittets kapacitet.

En flyttled antas vara utbildad mellan påle och bottenplatta. Vidare antas jorden ha plastiserat på djupet z_y från påltoppen. Sidomotståndet mot pålen antas vara noll i påltoppen och sedan öka linjärt mot djupet. Den andra obekanta storheten är vinkeln m_y som pålen roterat på djupet z_y från påltoppen, se Figur 4.4.



Figur 4.4 *Krafter och moment som verkar på övre respektive undre del av påle.*

Tvärkraften V och momentet M på djupet z_y under påltoppen kan med hjälp av Tabell D1 och D2 i Bilaga D skrivas som

$$V = -F_x + \frac{1}{2} \gamma N_\phi b z_y^2$$

$$M = (F_x z_y + N m_y z_y) C_{F\psi N}(z_y) - \frac{1}{6} \gamma N_\phi b z_y^3 C_{U2\psi N}(z_y) - M_R C_{M\psi N}(z_y)$$

Den transversella förskjutningen på djupet z_y behöver inte utnyttjas i dessa jämvikts-ekvationer, men kan beräknas som

$$u_y = \frac{-U_2}{K_u} = \frac{\gamma z_y N_\phi b}{k_{sd} z_y} = \frac{\gamma N_\phi b}{k_{sd}} = \frac{18,7 \cdot 1 \cdot 0,27}{5,8 \cdot 10^3} = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Förskjutningen u_y då jorden precis börjar plasticera är således oberoende av djupet.

Under nivån z_y under påltoppen har jorden en elastisk respons. Den transversella förskjutningen på nivån z_y är u_y och rotationen på samma nivå är m_y . Reaktionskrafterna V och momentet M kan beräknas enligt Bilaga C, Tabell C2.

$$V = -u_y \frac{4EI}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) + m_y \frac{2EI}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(0)$$

$$M = -u_y \frac{2EI}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) + m_y \frac{2EI}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0)$$

Tvärkraften V och momentet M för övre delen av pålen ska vara lika stora som dito i nedre delen av pålen. Antag ett värde på z_y bestäm rotationen m_y genom att sätta tvärkrafterna i övre respektive undre del av pålen lika. Kontrollera sedan momentjämvikt. Om nödvändigt justeras z_y och beräkningarna upprepas till erforderlig noggrannhet erhållits. I det aktuella fallet ökar bäddmodulen med djupet och på så sätt måste denna uppdateras i varje beräkningssteg. Nedan redovisas resultatet av en sådan beräkning, som är utförd enligt intervallhalveringsmetod. Beräkningarna programmeras lämpligen.

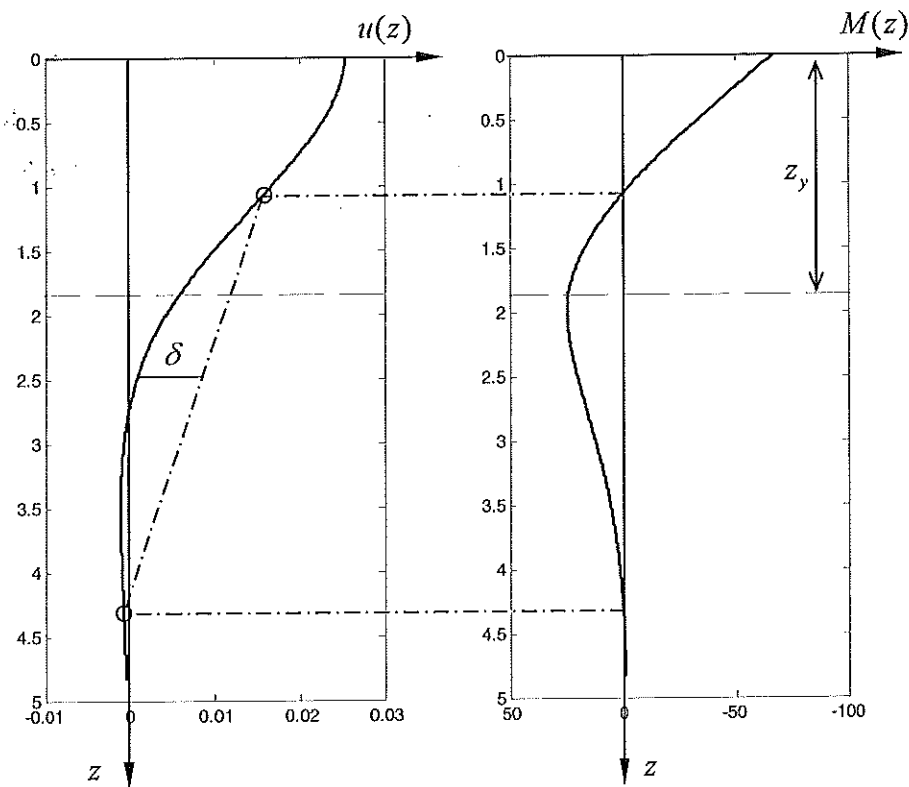
z_y [m]	K_u [kN/m ²]	L_{g1} [m]	$C_{F\psi N}(z_y)$	$C_{U2\psi N}(z_y)$	$C_{M\psi N}(z_y)$	$C_{u\delta N}(0)$	$C_{m\alpha N}(0)$	$C_{u\gamma N}(0)$	$C_{m\delta N}(0)$	m_y [-]	ΔM [kNm]
1,5	8700	1,035	1,062	1,037	1,093	0,979	0,979	0,979	0,979	0,0057	14,7
2,0	11600	0,965	1,117	1,070	1,177	0,982	0,982	0,982	0,982	0,0128	-8,88
1,75	10150	0,997	1,087	1,052	1,131	0,981	0,981	0,981	0,981	0,0093	4,88
1,87	10846	0,981	1,101	1,060	1,152	0,981	0,981	0,981	0,981	0,0110	-1,20
1,81	10498	0,989	1,094	1,056	1,141	0,981	0,981	0,981	0,981	0,0102	1,96
1,84	10672	0,985	1,097	1,058	1,146	0,981	0,981	0,981	0,981	0,0106	0,409

Jämvikt erhålls för $z_y \approx 1,84$ m. Rotationen i påltoppen kan beräknas som

$$m = m_y + \frac{F_x z_y^2}{2EI} C_{F\lambda N}(0) + \frac{(-M_R) z_y}{EI} C_{M\lambda N}(0) + \frac{(-U_2) z_y^3}{24EI} C_{U2\lambda N}(0)$$

$$m = 3,84 \cdot 10^{-4} > 0$$

Rotationens tecken visar att en flytled (just) utbildats i påltoppen, och således stämmer inledande antagande. I Figur 4.5 redovisas förskjutning och moment i pålen. Maximal förskjutning i påltoppen är 26 mm. Momentet i påltoppen är -66 kNm, medan maximalt moment, på djupet 2,0 m, är 24 kNm.



Figur 4.5 Transversell förskjutning och moment i påle. Pålens inflektionspunkter ($z \approx 1,1$ m och $z \approx 4,3$ m) redovisas.

Effekten av initialkrokighet beaktas enligt approximativ metod som föreslagits i 0. Andra ordningens utböjning antas vara likformig med pålens utböjning orsakad av yttre laster.

Då en flyttled utbildats i påltoppen utvärderas effekten av en tryckande normalkraft på en djupare nivå. Initialkrokigheten utvärderas mellan inflektionspunkterna på nivåerna $z \approx 1,1$ m och $z \approx 4,3$ m, enligt Figur 4.5. Maximala pilhöjden av yttre last kan bestämmas i samma figur till $\delta_0 \approx 7,5$ mm.

Initialkrokighet utvärderas på sträckan som bestäms av avståndet mellan inflektionspunkterna, dvs $L = 4,3 - 1,1 = 3,2$ m.

$$\delta_{id} = \frac{L}{300} = \frac{3,2}{300} = 0,011 \text{ m}$$

Kvoten mellan initialkrokighet och första ordningens deformationer beräknas enligt (3.44).

$$c_i = \frac{\delta_{id}}{\delta_0} = \frac{11}{7,5} = 1,5$$

För att bestämma effekten av initialkrokigheten bestäms knäckningslasten för en påle enligt Figur 3.15. Då en flyttled utbildats i påltoppen är pålen, ur knäckningssynpunkt, fri att rotera. Knäckningslasten kan bestämmas antingen genom att lösa ekvationen (3.52)

eller genom att utnyttja Figur 3.16. Vi väljer här det senare alternativet och beräknar därför följande parametrar.

$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_u}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 2610}{10672}} = 0,995 \text{ m}$$

$$\frac{z_y}{L_g} = \frac{1,84}{0,995} = 1,85$$

Figur 3.16 ger knäckningslasten för påle vars övre del är fri att rotera ($\alpha = 0$)

$$\kappa L_g \approx 0,55$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{0,55}{0,995} \approx 0,55$$

$$\Rightarrow N_{cr} = EI (\kappa)^2 = 2610 \cdot 0,55^2 \approx 800 \text{ kN}$$

Inverkan av den tryckande normalkraften kan därmed beräknas enligt (3.54)

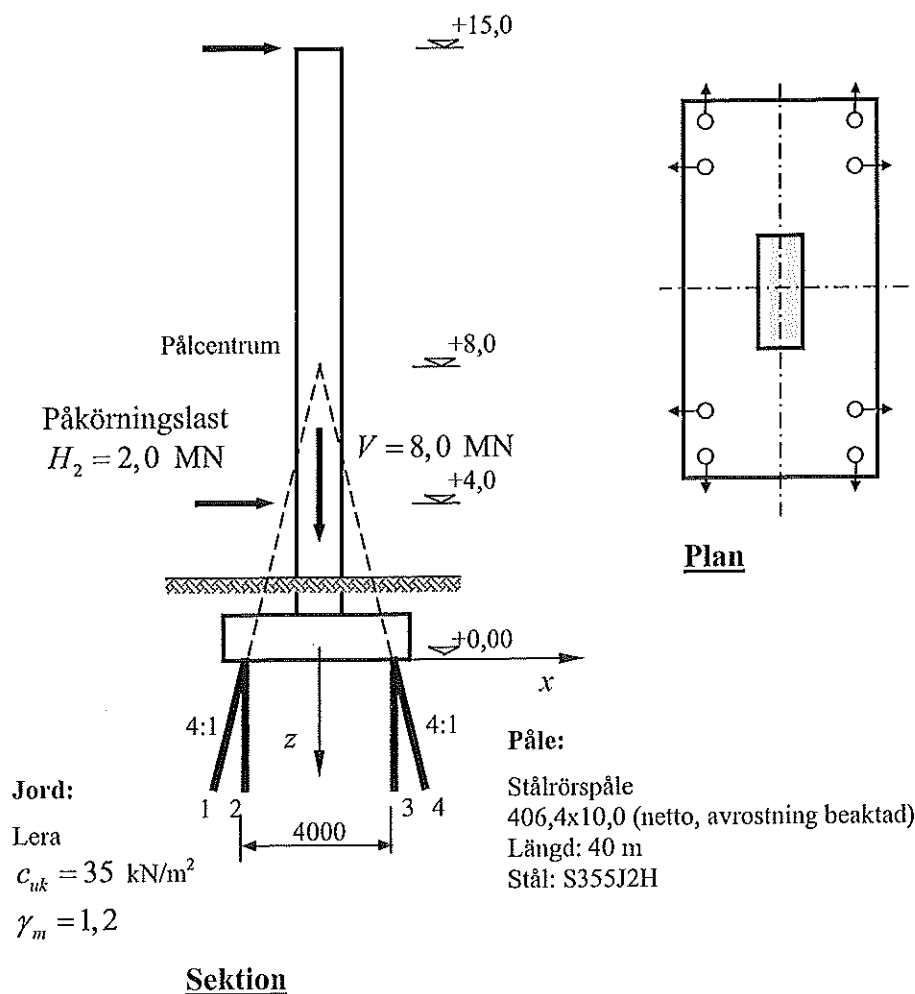
$$a = 1 + c_1 \frac{\frac{N}{N_{cr}}}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = 1 + 1,5 \frac{\frac{201}{800}}{1 - \frac{201}{800}} = 1,50$$

Deformationer och moment ökar således med hela 50 %. Pålens dimensionerande moment blir $M_S = a M_0 = 1,50 \cdot 24 \approx 36 \text{ kNm} < M_R = 66 \text{ kNm}$ och förskjutningen i påltoppen blir $u(z=0) = a u_0 = 1,50 \cdot 26 = 39 \text{ mm}$. Pålen uppfyller således kraven i brottgränstillstånd.

I ovanstående beräkningar har förutsatts att en flytled utbildats mellan påle och bottenplatta. Detta medför att knäckningslasten blir relativt låg och att förstöringsfaktorn på grund av initialimperfectioner blir relativt stor. I ett bruksgränstillstånd kan man emellertid förutsätta att en flytled inte utbildas, då såväl belastningen är lägre som de beräkningsmässiga material hållfastheterna är högre. Genom att öka pålens armering ökar emellertid pålens momentkapacitet och på så sätt undviks att en flytled utbildas, vilket gör pålen väsentligt mindre känslig för imperfectioner.

4.3 Exempel 3: Pålgrupp för bropelare

En 15 m hög bropelare är grundlagd på åtta stålrörspålar enligt Figur 4.6. Pålarna är ledat infästa i bottenplattan. Lasten på pelaren består av en vertikal last V och två horisontella laster. Den översta horisontella lasten H_1 är en last som överförs från överbyggnaden till pelaren via ett lager. Den nedre horisontella lasten H_2 kan t.ex. vara en påkörningslast. Lasterna som anges i figuren är dimensionerande laster i brottgränstillstånd. För att renodla problemet antar vi att de två horisontella lasterna inte kan verka samtidigt och att den angivna vertikala lasten är aktuell i båda fallen.



Figur 4.6 Bropelare grundlagd på stålrörspålar.

4.3.1. Materialdata

I detta avsnitt beräknas materialdata för påle och jord.

Säkerhetsklass 2: $\gamma_n = 1,1$

Pålar:

Stålrörspålar 406,4x10,0, där avrostning antas vara beaktad. Avrostningens storlek beror av beräknad livslängd och aktuella markförhållanden. Pålen antas i detta exempel vara en ren stålrörspåle, men kan med fördel fyllas med betong och dimensioneras som en samverkanskonstruktion.

Korrigerig av hållfasthet med hänsyn till hantering och lagring, samt drivning och stoppslagning görs med reduktionsfaktor $\mu_s = 0,8$.

Konstruktionsstål: S355J2H	
$E_{sk} = 210 \text{ GPa}$	$f_{yk} = 355 \text{ MPa}$
$\gamma_m = 1,0$	
Dimensionerande värden:	
$E_s = \frac{E_{sk}}{\gamma_n \gamma_m} = 191 \text{ GPa}$	$f_{yd} = \mu_s \frac{f_{yk}}{\gamma_n \gamma_m} = 258 \text{ MPa}$
Tvärsnittsdata:	
$A = 12453 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	
$I = 244,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$	
$Z = \eta W = 1572 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	
Styvhet:	
$EA = 2378 \text{ MN}$	$EI = 46,75 \text{ MNm}^2$
Lastkapacitet:	
$N_R = f_{yd} A = 3,21 \text{ MN}$	$M_R = f_{yd} Z = 406 \text{ kNm}$
$\frac{N_s}{N_R} + \frac{M_s}{M_R} \leq 1,00$ vid kombinerad böjning och drag	
Initialkrokighet:	
En skarv på utvärderingssträckan antas och enligt Rapport 84a från Pålkommisionen kan krokigheten antas vara	
$\delta_{idg} = \frac{L}{400}$	
Enligt Handboken Bygg K18 (Höglund (1994)) kan egenspanningar i stålet efter tillverkning beaktas genom att öka krokigheten. Antas tvärsnittsgrupp b erhålls	
$\delta_{idf} = 0,0013 L$	

Jord:

Jorden består av lera med

$$c_{uk} = 35 \text{ kPa}$$

För beräkning av flyttryck och bäddmodul i kohesionsjord, enligt avsnitt 2.4.2 respektive 2.4.3., antas korttidsvärden.

$$U_y = 9 c_{ud} b \text{ MN/m}^3$$

$$K_u = 150 c_{ud} \text{ MN/m}^3$$

För att beräkna dimensionerande parametrar antas partialkoefficienten $\gamma_m = 1,2$

$$c_{ud} = \frac{c_{uk}}{\gamma_n \gamma_m} = \frac{35}{1,1 \cdot 1,2} = 26,5 \text{ kPa}$$

Sidomotståndet som motsvarar flytrycket är

$$U_y = 9 c_{ud} b = 9 \cdot 26,5 \cdot 0,406 = 96,8 \text{ kN/m}$$

och bäddmodulen mot pålen fås som

$$K_u = 150 c_{ud} = 150 \cdot 26,5 \cdot 10^{-3} = 3,975 \text{ MN/m}^2$$

Övergången från elastisk till plastisk respons i jorden sker vid den transversella deformationen

$$u_y = \frac{U_y}{K_u} = \frac{9 c_{ud} b}{150 c_{ud}} = 0,06 b = 0,024 \text{ m}$$

4.3.2. Axialbärande pålar

Pålgruppen analyseras med en tvådimensionell analys i detta exempel, för att få en överskådlig presentation. Endast vertikala komponenter av krafterna i påle 2 och 3 presenteras.

Inledningsvis antar vi att pålarna endast är axialbärande. Pålanalysen sker på traditionellt sätt genom att flytta lasterna till pålcentrum, varefter pålkrafterna enkelt kan beräknas. Beräkningen redovisas i Tabell 4.1.

Tabell 4.1 Pålkrafter vid axialbelastade pålar.

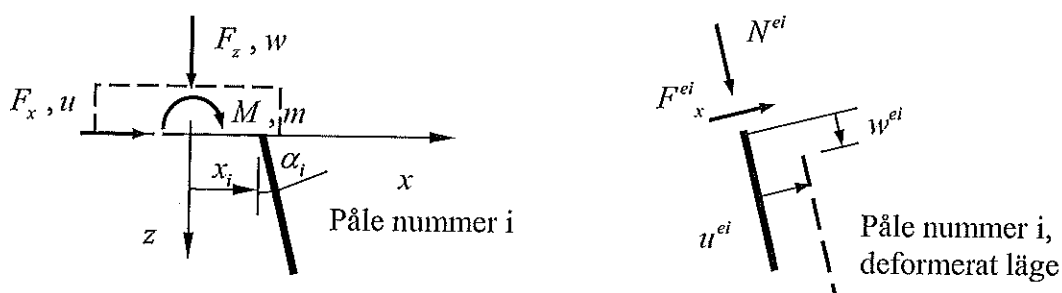
Belastning	F_x [MN]	F_z [MN]	M [MNm]	N_1 [kN]	N_2 [kN]	N_3 [kN]	N_4 [kN]
<i>Belastning i pelartopp</i>							
Vertikal	0	8	0	980	1020	1020	980
Horisontell	1	0	7	-1030	-880	880	1030
Resultierande pålkraft				-50	140	1900	2010
<i>Påkörningslast</i>							
Vertikal	0	8	0	980	1020	1020	980
Horisontell	2	0	-8	-2060	1030	-1030	2060
Resultierande pålkraft				-1080	2050	-10	3040

Beräkningen visar ett klassiskt problem att utföra optimerade pålgrupper då olika laster angriper långt från pålcentrum. I sådana fall kan det vara fördelaktigt att utnyttja pålarnas sidomotstånd.

4.3.3. Pålar med sidomotstånd

Vid analys av pålar med sidomotstånd måste en systematisk metod utnyttjas för att bestämma pålkrafterna. Det enklaste är normalt att använda en förskjutningsmetod. På vanligt sätt försummas bottenplattans deformationer.

I det aktuella fallet är det praktiskt att utgå ifrån ett koordinatsystem med origo som är placerat centriskt i nivå med pålavskärningsplanet. I Figur 4.7 definieras globalt koordinatsystem och lokalt system för en enskild påle.



Figur 4.7 Definition av koordinatsystem för systematiserad pålgruppsberäkning.

Kinematik:

Den enskilda pålens deformationer i påltoppen i form av transversell förskjutning u^{ei} och axiell förskjutning w^{ei} kan uttryckas med hjälp av de globala frihetsgraderna u, w, m enligt

$$u^{ei} = u \cos \alpha_i - w \sin \alpha_i - m x_i \sin \alpha_i$$

$$w^{ei} = u \sin \alpha_i + w \cos \alpha_i + m x_i \cos \alpha_i$$

vilket med fördel kan skrivas på matrisform

$$\begin{bmatrix} u^{ei} \\ w^{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & -x_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & x_i \cos \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ m \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{u}^{ei} = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{u}$$

Känner vi pålgruppens rörelser kan vi bestämma påltoppens rörelse.

Jämvikt:

De resulterande krafterna är lika med summan av de enskilda pålarnas bidrag.

$$F_x = \sum_{i=1}^n (F_x^{ei} \cos \alpha_i + N^{ei} \sin \alpha_i)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^n (-F_x^{ei} \sin \alpha_i + N^{ei} \cos \alpha_i)$$

$$M = \sum_{i=1}^n (-F_x^{ei} x_i \sin \alpha_i + N^{ei} x_i \cos \alpha_i)$$

vilket också med fördel kan skrivas på matrisform

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \\ -x_i \sin \alpha_i & x_i \cos \alpha_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x^{ei} \\ N^{ei} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{F}^{ei}$$

Känner vi krafterna i påltoppen kan dessa summeras till de globala krafterna som verkar på pålgruppen.

Konstitutivt samband för påle:

Nu återstår att finna ett samband mellan påltoppens rörelser och motsvarande krafter. Om vi antar att pålen är spetsbärande kan normalkraften i pålen enkelt uttryckas med hjälp av den axiella deformationen.

$$N^{ei} = \frac{EA}{L} w^{ei} = K_{ww} w^{ei}$$

Om vi inledningsvis antar att jorden har en elastisk respons vid transversell belastning kan vi med hjälp av Tabell C1 i Bilaga C uttrycka ett samband mellan transversell belastning och förskjutning som

$$F_x^{ei} = \frac{2EI}{L_{gl}^3} \frac{1}{C_{F\delta N}(z=0)} u^{ei} = K_{uu}^{ei}(N^{ei}) u^{ei}$$

och sambandet är alltså beroende av aktuell normalkraft i pålen. På matrisform kan detta skrivas

$$\begin{bmatrix} F^{ei} \\ N^{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{uu}^{ei}(N^{ei}) & 0 \\ 0 & K_{ww}^{ei} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^{ei} \\ e^{ei} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{F}^{ei} = \mathbf{K}^{ei}(N^{ei}) \cdot \mathbf{u}^{ei}$$

Inledningsvis försummas inverkan av den tryckande normalkraften, och vi kan direkt etablera styvhetssambandet för hela pålgruppen.

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{F}^{ei}) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{K}^{ei} \cdot \mathbf{u}^{ei}) = \left[\sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{K}^{ei} \cdot \mathbf{A}_i) \right] \mathbf{u} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$$

Styvheten $\mathbf{K}$ fås alltså genom att summera samtliga bidrag från respektive påle. Pålgruppens förskjutning beräknas som

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}$$

varefter pålkrafterna beräknas som

$$\mathbf{F}^{ei} = \mathbf{K}^{ei} \cdot \mathbf{u}^{ei} = \mathbf{K}^{ei} \cdot \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{u}$$

Ovanstående programmeras utan (större) svårigheter i ett matematikprogram. Resultatet redovisas i Tabell 4.2.

Tabell 4.2 Pålkrafter för pålar med sidomotstånd, elastisk respons.

Belastning	F_x [MN]	F_z [MN]	M [MNm]	u [mm]	w [mm]	m [10 ⁻³]	Påle 1		Påle 2		Påle 3		Påle 4	
							u^{e1}_x	F^{e1}_x	u^{e2}_x	F^{e2}_x	u^{e3}_x	F^{e3}_x	u^{e4}_x	F^{e4}_x
							w^{e1}	N^{e1}	w^{e2}	N^{e2}	w^{e3}	N^{e3}	w^{e4}	N^{e4}
							[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]
Belastning i pelartopp														
Vertikal	0	8	0	0	17,3	0	4,2	21,9	0	0	0	0	-4,2	-21,9
							16,8	1000	17,3	1030	17,3	1030	16,8	1000
Horisontell	1	0	15	3,5	0	7,9	-0,5	-2,6	3,5	18,0	3,5	18,0	-0,5	-2,6
							-16,2	-960	-15,8	-940	15,8	940	16,2	960
Resulterande pålkrafter							3,7	19,3	3,5	18,0	3,5	18,0	-4,7	-24,5
							0,6	30	1,5	90	33,1	1970	33,0	1960
Påkörningslast														
Vertikal	0	8	0	0	17,3	0	4,2	21,9	0	0	0	0	-4,2	-21,9
							16,8	1000	17,3	1030	17,3	1030	16,8	1000
Horisontell	2	0	8	31,9	0	2,6	29,7	154	31,9	166	31,9	166	29,7	154
							-12,7	-760	-5,1	-300	5,1	300	12,7	760
Resulterande pålkrafter							33,9	176	31,9	166	31,9	166	25,4	132
							0,004	240	12,2	0720	22,4	1330	29,5	1750

Av sammanställningen i Tabell 4.2 framgår att pålkrafterna förändras endast marginellt om sidomotstånd beaktas vid belastning i pelartopp. Vid belastning på pelarens nedre del förändras däremot krafterna i pålarna radikalt. Maximala tryckkraften i påle 4 minskar från 3,04 MN till 1,75 MN. Maximal dragkraft på 1,08 MN minskar till en tryckande normalkraft på 0,24 MN.

I det senare fallet erhålls emellertid stora transversella deformationer. Påle 1 förskjuts 33,9 mm i transversell riktning, vilket är större än gränsvärdet $u_y = 24$ mm för elastisk analys. Jorden plasticerar således runt samtliga pålar enligt ovanstående analys. Jordens plasticering och inverkan av tryckande normalkraft måste beaktas för att få en korrekt analys av pålarna.

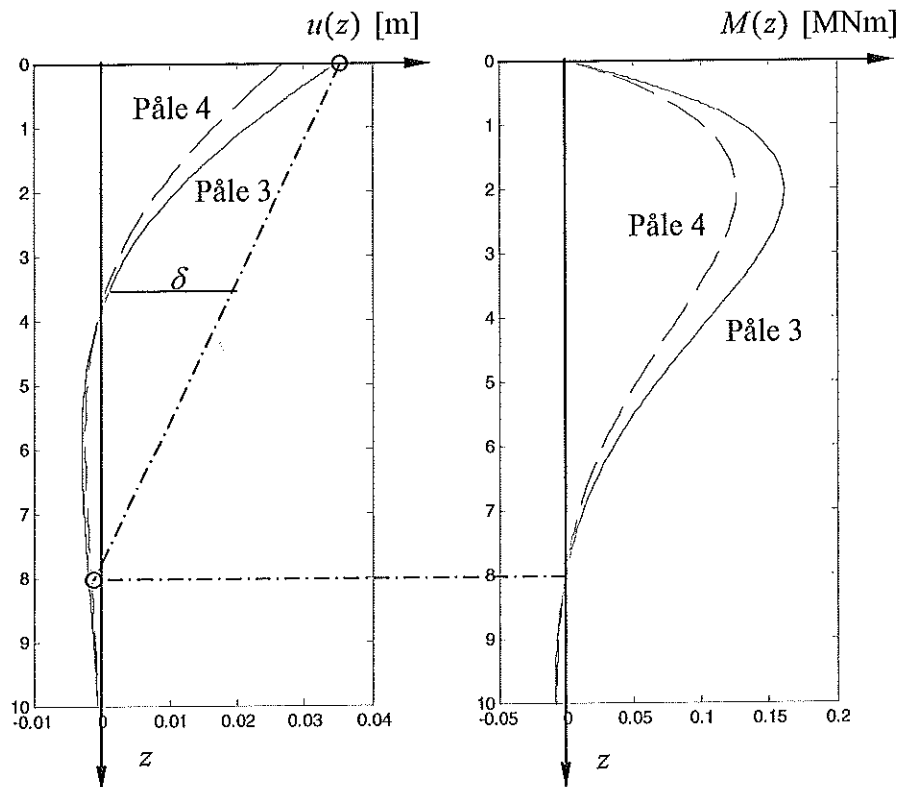
En analys som beaktar jordens plasticering och andra ordningens effekter i pålarna är icke-linjär och är inte helt trivial att utföra. Vi skall här genomföra en improviserad metod för att finna ett nytt jämviktsläge av konstruktionen. Vi börjar med att beräkna det område av jorden som plasticerar i översta delen av pålen utan att beakta effekten av tryckande normalkraft. Vid konstant bäddmodul och sidomotstånd under plasticering kan djupet på det plasticerade området beräknas enligt (3.30). Deformationen i påltoppen beräknas enligt (3.31) och en ny (sekant) styvhet K_{uu} beräknas. En sådan beräkning redovisas i Tabell 4.3. Som synes är konvergensens i beräkningen relativt svag och man kan bli tvungen att tillgripa mer rationella numeriska metoder.

Tabell 4.3 Pålkrafter för pålar med sidomotstånd, plastisk respons.

Belastning	F_x [MN]	u [mm]	Påle 1			Påle 2			Påle 3			Påle 4		
			z_y [m]	u_x^{e1}	F_x^{e1}	z_y [m]	u_x^{e2}	F_x^{e2}	z_y [m]	u_x^{e3}	F_x^{e3}	z_y [m]	u_x^{e4}	F_x^{e4}
				w^{e1}	N^{e1}		w^{e2}	N^{e2}		w^{e3}	N^{e3}		w^{e4}	N^{e4}
Påkörnings- last	F_z [MN]	w [mm]		[mm]	[kN]		[mm]	[kN]		[mm]	[kN]		[mm]	[kN]
	M [MNm]	m [10 ⁻³]												
Iteration 1	2	31,9	0	33,9	176	0	31,9	166	0	31,9	166	0	25,4	132
	8	17,9		0,004	240		12,2	720		22,4	1330		29,5	1750
	8	2,6												
Iteration 2		34,0	1,02	36,0	164	0,81	34,0	163	0,81	34,0	163	0,12	27,6	143
		17,3		3,8	230		12,5	740		22,2	1320		29,8	1770
		2,4												
Iteration 3		33,5	0,77	35,5	171	0,74	33,5	162	0,74	33,5	162	0,34	27,1	139
		17,3		3,8	230		12,4	740		22,2	1320		29,7	1770
		2,5												
Iteration 4		33,7	0,91	35,7	167	0,73	33,7	163	0,73	33,7	163	0,25	27,2	141
		17,3		3,8	230		12,4	740		22,2	1320		29,7	1770
		2,4												
Iteration 5		33,6	0,83	35,6	170	0,75	33,6	162	0,75	33,6	162	0,28	27,2	140
		17,3		3,8	230		12,4	740		22,2	1320		29,7	1770
		2,5												

Inverkan av tryckande normalkraft kan man undersöka t.ex. genom att studera påle nummer 3. Pålen belastas med en stor normalkraft och ett relativt stort område av jordens övre del är plasticerat.

Ett nytt jämviktsläge itereras för den enskilda påle enligt metod som beskrivits i ett exempel i avsnitt 3.3.2. Genomför en sådan iteration ökar det plasticerade området för påle 3 från 0,73 m till ca 0,78 m, alltså en relativ marginell förändring. Detsamma gäller för påle 4.



Figur 4.8 Transversella deformationer och böjande moment i påle nummer 3 och 4.

I Figur 4.8 redovisas transversella deformationer och böjande moment för påle 3 och 4. Påle 3 får en maximal transversell deformation i påltoppen om 35 mm och ett maximalt moment om 161 kNm.

Effekten av initialkrokighet beaktas enligt approximativ metod som föreslagits i 0. Andra ordningens utböjning antas vara likformig med pålens utböjning orsakad av yttre laster.

Då vi antar att pålen är ledat infäst i bottenplattan utvärderas initialkrokigheten mellan påltopp och inflektionspunkten på nivåerna $z \approx 8,0$ m, enligt Figur 4.8. Maximala pilhöjden av yttre last kan bestämmas i samma figur till $\delta_0 \approx 18$ mm. Initialkrokighet utvärderas på sträckan $L = 8,0$ m.

$$\delta_{id} = \delta_{idg} + \delta_{idf} = \left(\frac{1}{400} + 0,0013 \right) 8,0 = 0,030 \text{ m}$$

Kvoten mellan initialkrokighet och första ordningens deformationer beräknas enligt (3.44).

$$c_i = \frac{\delta_{id}}{\delta_0} = \frac{30}{18} = 1,69$$

För att bestämma effekten av initialkrokigheten bestäms knäckningslasten för en påle enligt Figur 3.15. Knäckningslasten kan bestämmas antingen genom att lösa ekvationen (3.52) eller genom att utnyttja Figur 3.16. Vi väljer här det senare alternativet och beräknar därför följande parametrar.

$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_u}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 46,75}{3,975}} = 2,62 \text{ m}$$

$$\frac{z_y}{L_g} = \frac{0,78}{2,62} = 0,30$$

Figur 3.16 ger knäckningslasten för påle vars övre del är fri att rotera ($\alpha = 0$)

$$\kappa L_g \approx 1,10$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{1,10}{2,62} \approx 0,42 \text{ m}^{-1}$$

$$\Rightarrow N_{cr} = EI (\kappa)^2 = 46,75 \cdot 0,42^2 \approx 8,2 \text{ MN}$$

Inverkan av den tryckande normalkraften kan därmed beräknas enligt (3.54)

$$a = 1 + c_i \frac{\frac{N}{N_{cr}}}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = 1 + 1,69 \frac{\frac{1,32}{8,2}}{1 - \frac{1,32}{8,2}} = 1,32$$

Deformationer och moment ökar således med 32 % på grund av initialkrokighet och egenspanningar. Pålens dimensionerande moment blir

$$M_s = a M_0 = 1,32 \cdot 161 \approx 213 \text{ kNm} < M_R = 406 \text{ kNm}$$

Interaktion mellan normalkraft och moment ger

$$\frac{N_s}{N_R} + \frac{M_s}{M_R} = \frac{213}{406} + \frac{1,32}{3,21} = 0,52 + 0,41 = 0,94 < 1$$

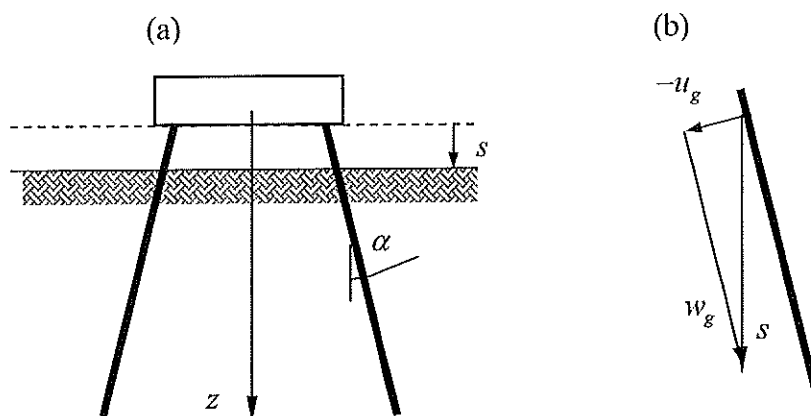
Förskjutningen i påltoppen blir $u(z=0) = a u_0 = 1,32 \cdot 35 = 46 \text{ mm}$. Pålen uppfyller således kraven i brottgränstillstånd. Det bör emellertid påpekas att effekten tryckande normalkraft inklusive initialkrokighet inte är inkluderad i pålgruppsberäkningen. En sådan beräkning kräver ytterligare iterationer och blir allt för krävande utan ett mer systematiskt angreppssätt. Effekten blir normalt att den transversella styvheten för de tryckta pålarna minskar och en viss last förs över till övriga pålar.

4.4 Exempel 4: Transversell belastning av lutande pålar på grund av marksättningar

Pålar belastas då omgivande jord rör sig transversellt relativt pålen. Ett vanligt sådant fall är då jorden omkring en pålgrupp, bestående av lutande pålar, sätter sig vertikalt.

Antag att marken omkring pålgruppen i Exempel 3 ovan har pågående marksättningar med en förväntad slutsättning på 200 mm, som antas utbildas i ett homogent skikt 20 m närmast markytan.

På grund av pålarnas lutning uppstår en relativ rörelse mellan påle och jord då marken sätter sig. Denna rörelse kan delas upp i två komponenter, axiell och transversell enligt Figur 4.9. Den axiella rörelsen ger upphov till negativ mantelkohesion ("påhängslaster"), medan den transversella delen orsakar böjning i pålen.



Figur 4.9 (a) Marksättningar s som ger upphov till relativa rörelser mellan jord och påle. (b) Rörelsen kan delas upp i en axiell del, w_g , och en transversell del u_g .

4.4.1. Rörelse i omgivande jord

Den transversella rörelsen i jorden i nivå med markytan kan beräknas som

$$\hat{u}_g = -s \sin \alpha = -200 \sin 14^\circ = -48 \text{ mm}$$

där riktningen av rörelsen har beaktats enligt definitioner i Figur 2.3. Rörelsen gradient mot djupet antas vara konstant och kan beräknas som

$$u'_g = \frac{48}{20} \left(\frac{\text{mm}}{\text{m}} \right) = 2,4 \left(\frac{\text{mm}}{\text{m}} \right)$$

För att bestämma lasteffekten av rörelser i jorden finns ett elementarfall beskrivit i Bilaga B, där jordens rörelse antas variera exponentiellt mot djupet enligt

$$u_g(z) = \hat{u}_g e^{-\frac{z}{\lambda}}$$

där parametern λ skall bestämmas. Denna funktion kan inte exakt återge den sättningsprocess som angivits i detta exempel, men då lasteffekten i pålen närmast markytan är av störst intresse väljs λ så att förskjutningen och dess gradient överensstämmer i markytan. Gradienten fås som

$$u'_g(z) = -\frac{\hat{u}_g}{\lambda} e^{-\frac{z}{\lambda}}$$

och därmed kan λ beräknas som

$$\lambda = -\frac{\hat{u}_g}{u'_g(0)} = \frac{48}{2,4} = 20 \text{ m}$$

Sättningsprocessen i jorden pågår under lång tid och därför är det relevant att beakta långtidseffekter. Val av partialkoefficienter och dimensionerande värden sker emellertid på delvis annorlunda sätt än vid normal analys och dimensionering. Höga partialkoefficienter, dvs låga materialhållfastheter och styvheter, är normalt dimensionerande. För det aktuella belastningsfallet med påtvingad deformation leder normalt höga styvheter till dimensionerande lasteffekter. I det aktuella fallet är det emellertid inte ett helt självklart val. En hög styvhet ger normalt stor last effekt, men minskar samtidigt andra ordningens effekt av tryckande normalkraft. Slutligen måste den maximala belastningen utmed pålen vid transversella rörelser beaktas. Större tryck än flyttrycket kan inte utbildas mot pålen.

Pålens maximala transversella rörelser innan flyttrycket uppnås mot pålen beräknas för hög respektive låg styvhet av jorden.

Hög styvhet:

$$p_y = 9 c_{ud} \quad k_u = 150 \frac{c_{ud}}{b} \quad c_{ud} = c_{uk}$$

$$\Rightarrow u_y = \frac{p_y}{k_u} = \frac{9b}{150} = \frac{9 \cdot 400}{150} = 24 \text{ mm} > |\hat{u}_g|$$

Jorden kan alltså förväntas plasticera i pälens övre del om hög styvhet antas.

Låg styvhet:

$$p_y = 6 c_{ud} \quad k_u = 50 \frac{c_{ud}}{b} \quad c_{ud} = \frac{c_{uk}}{\gamma_n \gamma_m}$$

$$\Rightarrow u_y = \frac{p_y}{k_u} = \frac{6b}{50} = \frac{6 \cdot 400}{50} = 48 \text{ mm} = |\hat{u}_g|$$

Vid val av låg bäddmodul förväntas alltså inte jorden att plasticeras.

En analys kan utföras för ett fall då jorden plasticerar runt pålens övre del, men för att förenkla beräkningarna väljs istället en bäddmodul så att flyttryck precis uppnås i analysen. Väljs $k_0 = 75 \frac{c_{ud}}{b}$ uppnås flyttrycket $p_y = 9 c_{ud}$ vid transversell deformation om $u = 25/3 d = 48 \text{ mm}$. Pålens bäddmodul kan därmed beräknas som

$$K_u = 75 c_{uk} = 2625 \text{ kN/m}^2$$

Denna förenkling kan göras då den huvudsakliga belastningen på pålen orsakas av rörelse i jorden och påltoppens rörelse är begränsad. Om däremot lasteffekten i pålen i huvudsak utgörs av en transversell belastning i påltoppen, som dessutom är fri att förskjutas transversellt bör jordens plasticering beaktas.

4.4.2. Pålgruppsberäkning

På samma sätt som i Exempel 3 beräknas pålkrafter under antagande om elastiskt sidomotstånd i pålarna. Endast belastning på påltopp beaktas i detta exempel. För aktuell bäddmodul erhålls följande deformationer, krafter och moment för påle 4, som är belastad såväl transversellt som axiellt.

$$\begin{aligned} u^4 &= -4,3 \text{ mm} & w^4 &= 33 \text{ mm} \\ F_x^4 &= -16,3 \text{ kN} & N^4 &= 1,96 \text{ MN} \end{aligned}$$

I pålberäkningen är inte effekten av tryckande normalkraft beaktad. Vid beräkning av lasteffekt i pålen antas den transversella lasten i påltoppen vara konstant. Detta är ett antagande på säker sida, då viss omlagring sker mellan pålarna då styvheten minskar i de pålar som är belastade med tryckande normalkraft. Transversell förskjutning och böjande moment som funktion av avståndet från påltoppen redovisas i Figur 4.10.

För att erhålla noll moment i påltoppen belastas påltoppen med ett moment som motsvarar inspänningsmomentet enligt ovan, men med omvänt tecken. Inspänningsmomentet kan beräknas till

$$M_p(0) = -463 \text{ kNm}$$

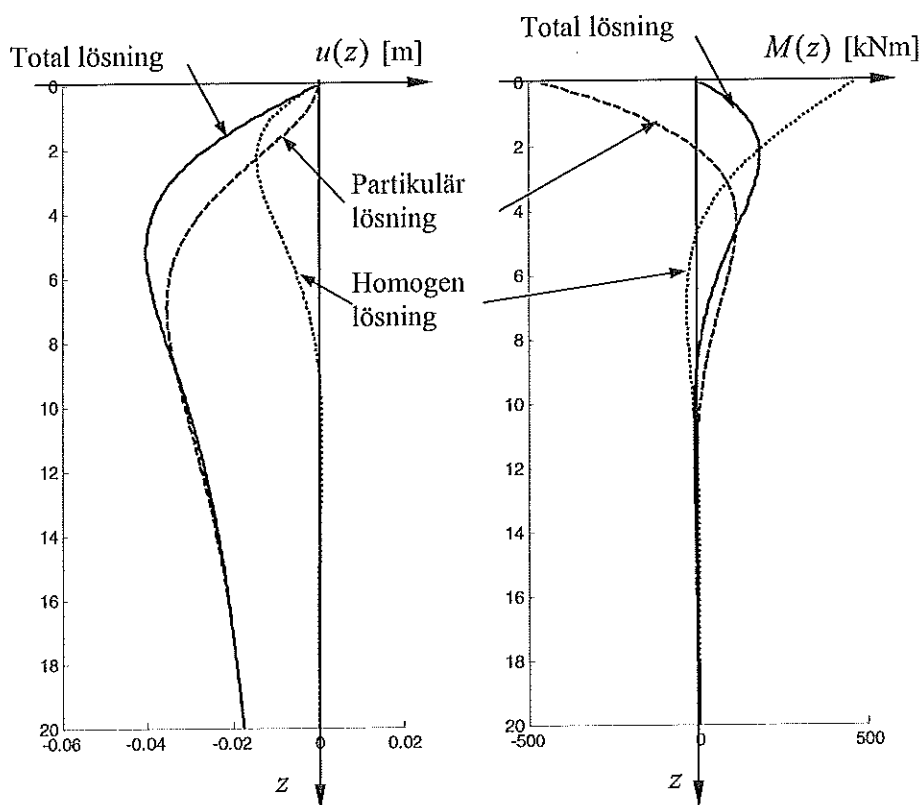
Då pålen är förhindrad att förskjutas transversellt används elementarfall enligt Bilaga C, Tabell C2 för en given rotation. Momentet kan skrivas som

$$-M_p(0) = m_0 \frac{2 EI}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0)$$

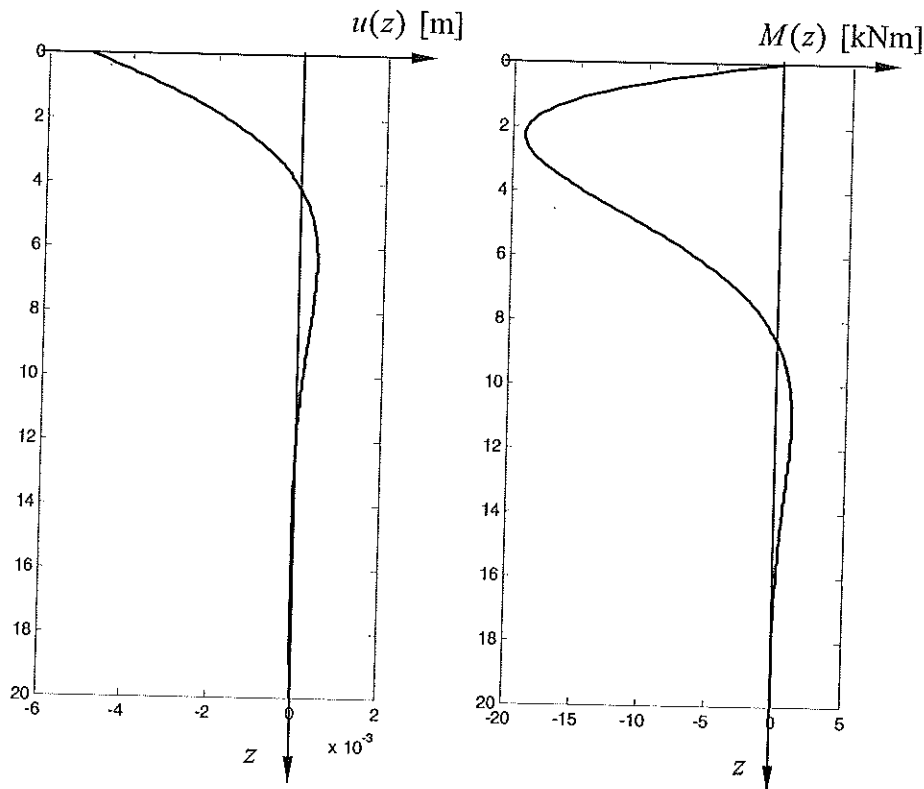
Rotationen m_0 kan därmed beräknas som

$$m_0 = \frac{-M_p(0) L_{g1}}{2 EI C_{m\delta N}(z)} = 0,0151$$

Pålens totala deformation och böjande moment fås genom att summera partikulära lösningen $u_p(z)$ och $M_p(z)$ med den homogena lösningen enligt Tabell C2. Lösningen redovisas i Figur 4.11. Maximalt moment i pålen orsakade av transversell rörelse i jorden är ca 181 kNm belägen 2,3 m under påltoppen.



Figur 4.11 Transversella deformationer och böjande moment i påle nummer 4 orsakade av transversell rörelse i jord.



Figur 4.10 Transversella deformationer och böjande moment i påle nummer 4 orsakade av belastningar på pelare.

4.4.3. Lasteffekt i påle orsakade av rörelse i jord

I Bilaga B redovisas responsen i en påle där omgivande jord rör sig transversellt. Det antas homogena geometriska randvillkor, dvs påltoppen är förhindrad att förskjutas och rotera. Resultierande tvärkraft och moment i pålen kan beräknas som.

$$u_p(z) = \frac{c\lambda^4}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(C_{u\alpha N}(z) - \frac{L_{g1}}{\lambda} C_{m\beta N}(z) \right) \right)$$

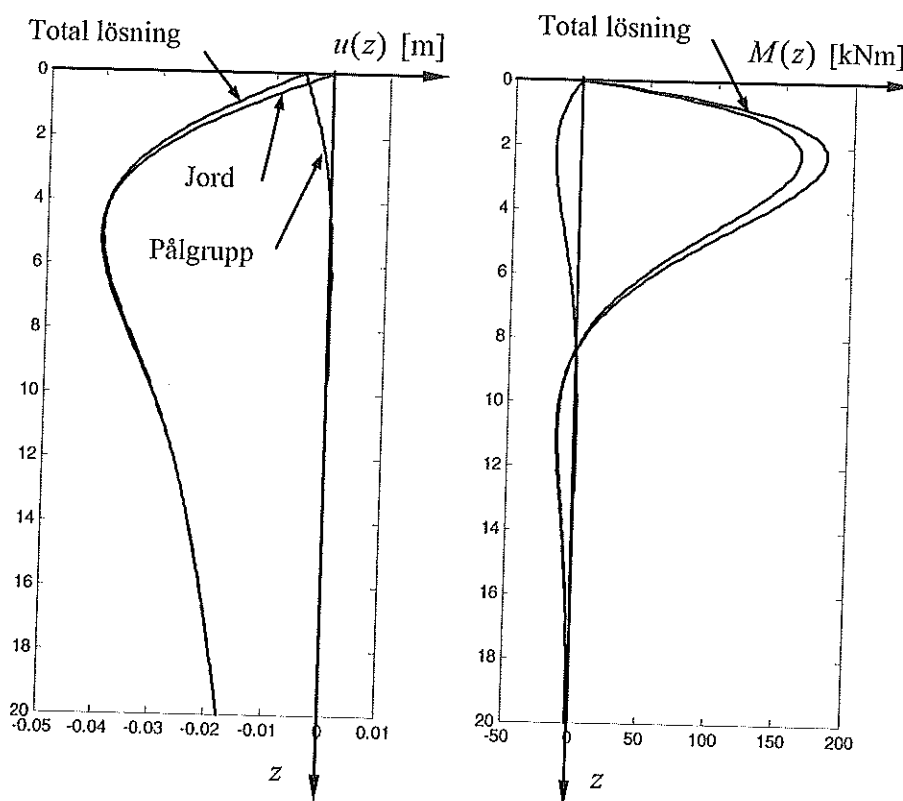
$$M_p(z) = \frac{K_u\lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(z) + \frac{2\lambda}{L_{g1}} C_{m\delta N}(z) \right) \right)$$

$$V_p(z) = \frac{K_u\lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-4\lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(z) + \frac{2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(z) \right) \right)$$

Pålen är emellertid fri att rotera i påltoppen så att resulterande momentet blir noll. Däremot kan pålgruppen inte förskjutas horisontellt då belastningen på grund av marksättning är symmetrisk på påle 1 och påle 4.

4.4.4. Total lasteffekt i påle orsakad av belastning på pelare och transversell rörelse i jord inklusive andra ordningens effekter

Pålens totala lasteffekt erhålls genom summering av lasteffekt av belastning på pålgrupp och lasteffekt av transversell rörelse i omgivande jord. Detta redovisas i Figur 4.12. Maximalt moment i pålen är ca $M_s^0 = 161$ kNm.



Figur 4.12 Transversella deformationer och böjande moment i påle nummer 4 orsakade av belastning på pålgrupp och transversell rörelse i jord.

I ovanstående analyser är andra ordningens effekt av tryckande normalkraft inkluderad. Däremot är inte effekten av initialkrokighet inkluderad. För att inkludera denna effekt måste bedömas hur pålen knäcker. Är pålen styrd i påltoppen eller är den fri att förskjutas? I det aktuella exemplet bedöms att övriga pålgruppen styr påltoppen och därmed kan man anta att pålen knäcker i en sinusformad knäckningsmod. Detta är ett klassiskt fall och knäckningslasten kan beräknas som

$$N_{cr}^0 = 2\sqrt{EI K_u} = 2\sqrt{46,75 \cdot 2,63} = 22,2 \text{ MN}$$

där avståndet mellan inflektionspunkterna är

$$L_{cr} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} L_g = \pi \sqrt{\frac{EI}{K_u}} = 11,5 \text{ m}$$

Initialkrokigheten kan därmed bestämmas på samma sätt som i Exempel 3

$$\delta_{id} = \delta_{idg} + \delta_{idf} = \left(\frac{1}{400} + 0,0013 \right) 11,5 = 0,0437 \text{ m}$$

Tillskottsmomentet orsakat av initialkrokighet kan därmed beräknas enligt (3.18).

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \frac{N \delta_{id}}{(1 - N/N_{cr}^0)} = \frac{1}{2} \frac{1960 \cdot 0,0437}{(1 - 1,96/22,2)} = 47 \text{ kNm}$$

Momentet uppträder mitt emellan inflektionspunkterna, dvs $L_{cr}/2 = 5,75$ m från påltoppen och kan således inte adderas direkt till det maximala momentet som beräknats för pålen och som uppträder ca 2,3 m från påltoppen. Då tillskottsmomentet har en sinusformad fördelning utmed pålens längd kan tillskottsmomentet beräknas som

$$\Delta M_s = M_{\max} \sin\left(\frac{2,3}{11,5} \pi\right) = 28 \text{ kNm}$$

och dimensionerande moment M_s kan därmed beräknas som

$$M_s = M_s^0 + \Delta M_s = 161 + 28 = 189 < M_R = 406 \text{ kNm}$$

Pålens bärförmåga är således större än lasteffekten.

I detta exempel valde vi att reducera bäddmodulen mot pålen för att på så sätt beakta jordens plasticering. Då lasteffekten enligt ovan domineras av rörelsen i jorden och rörelserna i påltoppen är begränsade är antagandet rimligt.

5. Referenser

Pålkommisionens rapporter

- 58 Grävpålanvisningar. Dimensionering, utförande och kontroll av grävda, i jorden gjutna pålar (1979).
- 84a Beräkning av dimensionerande lastkapacitet för slagna pålar med hänsyn till pålmaterial och omgivande jord. Per-Evert Bengtsson, Åke Bengtsson & Anders Fredriksson (1991).
- 90 Grova stålrörspålar – anvisningar för dimensionering, utförande och kontroll (1993).
- 96 Dimensioneringsprinciper för pålar – Lastkapacitet (1998).

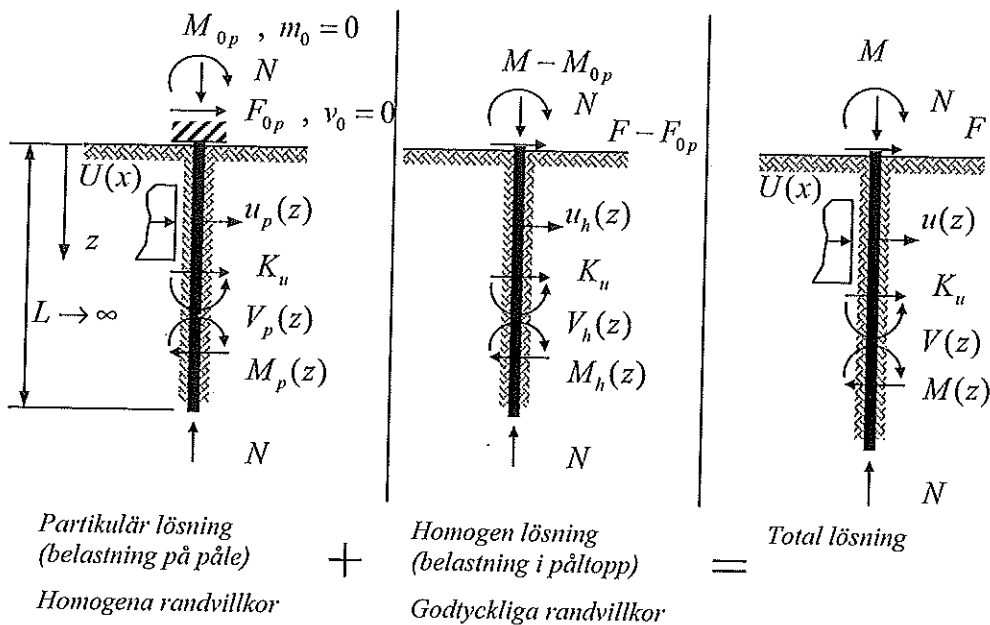
Övriga referenser

- Baguelin, F., Frank, R., Said, Y.H. (1977). Theoretical study of lateral reaction mechanism of piles. *Geotechnique*, Vol. 3, 1977, pp. 405-434.
- Broms, B.B. (1964a). Lateral resistance of piles in cohesive soils. *ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 90, No. SM3, 1964a, pp. 27-63.
- Broms, B.B. (1964b). Lateral resistance of piles in cohesiveless soils. *ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 90, No. SM3, 1964b, pp. 123-156.
- Bygg Geoteknik (1984). *Handboken Bygg - Geoteknik*, Liber förlag, Stockholm.
- Höglund, T. (1994). *Dimensionering av stålkonstruktioner - Utdrag ur Handboken Bygg, kapitel K18 och K19*, Stålbyggnadsinstitutet, Stockholm, 155 pp.
- Larsson, R., Wiberg, N.E. (1987). *Stability of plane frames including soil structure interaction*. Chalmers University of Technology, Dept. of Structural Mechanics, Gothenburg, 33 pp.
- Matlock, H. (1970). Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay. *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas. Paper no. OTC 1204.
- Peleviledning (1991). *Hefte 1-2. Norges Byggstandardiseringsråd*, Oslo, 125+39 pp.
- Potts, D.M., Zdravkovic, L. (1999a). *Finite element analysis in geotechnical engineering Application*, Thomas Telford Limited, London, 427 pp.
- Potts, D.M., Zdravkovic, L. (1999b). *Finite element analysis in geotechnical engineering Theory*, Thomas Telford Limited, London, 439 pp.
- Poulos, H.G., Davis, E.H. (1974). *Elastic solutions for soil and rock mechanics*, John Wiley & Sons.
- Reese, L.C., Cox, W.R., Koop, F.D. (1974). Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand. *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas. Paper no. OTC 2080.
- Skempton, A.W. (1951). The Bearing Capacity of Clays. *Building Research Congress, Division 1, Part 3*, London.
- Åkesson, B. (1978). *Energimetoder i spännings-, svängnings- och stabilitetsproblem*. Skrift U 29, Hållfasthetslära, Göteborg, 102 pp.

Bilaga B: Belastning utmed påle

I denna bilaga presenteras några lasteffekter av initialkrokighet och rörelser i omgivande jord för långa pålar i en Winklerbädd. För att få största möjliga generalitet redovisas, enligt praxis i systematiserad förskjutningsmetod, lösningar som uppfyller de geometriska randvillkoren $u = u' = 0$ för respektive balkände. I påltoppen uppstår inspänningskrafter, vilka också redovisas. Detta är den så kallade partikulära lösningen.

Då andra randvillkor är aktuella fås den slutliga lösningen genom superposition. Principen visas i Figur B1. För belastningsfall där påle belastas utmed längdaxeln bestäms en lösning med fast inspänning i påltopp (homogent randvillkor). Reaktionskrafterna i påltopp belastar, med omvänt tecken, ett system med korrekta randvillkor (homogen lösning). Den totala lösningen fås som summan av de två lösningarna.



Lösning är summa av partikulär- och homogen lösning

$$u(z) = u_p(z) + u_h(z)$$

Figur B1 Superposition av partikulär- och homogenlösning.

Nedan redovisas lösningar för två viktiga belastningsfall, initialkrokighet och rörelser i omgivande jord.

Reaktionskrafter för $z = 0$ sammanfattas i Tabell B1. Generella lösningar redovisas i ekvationerna (B1) till och med (B13).

Tabell B1

Initialkrokighet - affin med första knäckningsmod	$u_i(z) = \hat{u}_i e^{-\frac{z}{\sqrt{2} L_g}} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) \right)$
	$M_{1p} = \frac{N \hat{u}_i}{1 - \frac{N}{N_{cr}^1}} \left(\frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) - \sqrt{2} \frac{L_g}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0) \right)$
	$F_{1p} = \frac{-N}{1 - \frac{N}{N_{cr}^1}} \frac{2 \hat{u}_i}{L_g} \left(\frac{L_g^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(0) \right)$
Initialkrokighet - sinusformad	$u_i(z) = \hat{u}_i \sin\left(\pi \frac{z + \Delta}{L_{cr}}\right)$
	$M_{1p} = \frac{N \hat{u}_i}{1 - \frac{N}{2 N_{cr}^1}} \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) \right) \sin\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) + \right.$ $\left. + \frac{\pi}{2} \frac{L_g^2}{L_{cr} L_{g1}} \cos\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{m\delta N}(0) \right)$
	$F_{1p} = \frac{N}{1 - \frac{N}{2 N_{cr}^1}} \frac{\hat{u}_i}{L_{cr}} \left(\frac{L_{cr} L_g^2}{L_{g1}^3} \sin\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{u\delta N}(0) + \right.$ $\left. + \frac{\pi}{2} \left(\frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(0) - 1 \right) \cos\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) \right)$
Rörelse i jord - exp.funktion	$u_g(x) = \hat{u}_g e^{-\frac{x}{\lambda}}$
	$M_{1p} = \frac{K_u \lambda^2}{1 + b\lambda^2 + c\lambda^4} \hat{u}_g \left(1 - \left(\frac{-2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) + \frac{2\lambda}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0) \right) \right)$
	$F_{1p} = \frac{K_u \lambda^2}{1 + b\lambda^2 + c\lambda^4} \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(1 - \left(\frac{-4\lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) + \frac{2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(0) \right) \right)$

$$b = \frac{N}{EI} \quad c = \frac{K_u}{EI} \quad L_g = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_u}} \quad L_{cr} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} L_g \quad N_{cr}^1 = \sqrt{EI K_u} \quad (B1)$$

Koefficienter C_u och C_m enligt Bilaga C.

- Initialkrokighet enligt första knäckningsmod

Initialkrokighet affin med första knäckningsmoden kan skriva som

$$u_i(z) = \hat{u}_i e^{-\frac{z}{\sqrt{2} L_g}} \left(\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) \right) \quad (B2)$$

$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_u}}$$

Partikulärlösningen kan skrivas som

$$u_p(z) = \frac{\frac{N}{N_{cr}^1}}{1 - \frac{N}{N_{cr}^1}} \left(u_i(z) - \hat{u}_i \left(C_{u\alpha N}(0) - \sqrt{2} \frac{L_{g1}}{L_g} C_{m\beta N}(0) \right) \right) \quad (B3)$$

$$M_p(z) = \frac{N \hat{u}_i}{1 - \frac{N}{N_{cr}^1}} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{z}{\sqrt{2} L_g}} \sin\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) - \left(-\frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(0) + \sqrt{2} \frac{L_g}{L_{g1}} C_{m\delta N}(0) \right) \right) \quad (B4)$$

$$V_p(z) = \frac{N \hat{u}_i}{1 - \frac{N}{N_{cr}^1}} \frac{2}{L_g} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} e^{-\frac{z}{\sqrt{2} L_g}} \sin\left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z}{L_g}\right) - \left(-\frac{L_g^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(0) + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{L_g^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(0) \right) \right) \quad (B5)$$

där

$$N_{cr}^1 = \sqrt{EI K_u}$$

Koefficienterna C_u och C_m enligt Bilaga C. Notera att sätts dessa koefficienter till noll erhålls lösningen för en påle med en fri påltopp, dvs $M_{1p} = F_{1p} = 0$.

- Initialkrokighet med sinusform

Ofta antas initialkrokigheten vara sinusformad och kan då skrivas som

$$u_i(z) = \hat{u}_i \sin\left(\pi \frac{z + \Delta}{L_{cr}}\right) \quad (B6)$$

$L_{cr} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} L_g = \pi \sqrt{\frac{EI}{K_u}}$ vilket motsvarar avståndet mellan inflektionspunkterna vid knäckning av en påle som är stagad i överkant. Δ anger fasförskjutningen.

Partikulärlösningen kan skrivas som

$$u_p(z) = \frac{\frac{N}{2 N_{cr}^1}}{1 - \frac{N}{2 N_{cr}^1}} \left(u_i(z) - \left(-\hat{u}_i \sin\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{u\alpha N}(0) + \pi \frac{L_{g1}}{L_{cr}} \cos\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{m\beta N}(0) \right) \right) \quad (B7)$$

$$M_p(z) = \frac{N \hat{u}_i}{1 - \frac{N}{2 N_{cr}^1}} \left(\frac{1}{2} \sin\left(\pi \frac{z + \Delta}{L_{cr}}\right) - \left(-\frac{L_g^2}{L_{g1}^2} \sin\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{u\gamma N}(z) - \frac{\pi}{2} \frac{L_g^2}{L_{cr} L_{g1}} \cos\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{m\delta N}(z) \right) \right) \quad (B8)$$

$$V_p(z) = \frac{N}{1 - \frac{N}{2 N_{cr}^1}} \frac{\hat{u}_i}{L_{cr}} \left(-\frac{\pi}{2} \cos\left(\pi \frac{z + \Delta}{L_{cr}}\right) - \left(-\frac{L_{cr} L_g^2}{L_{g1}^3} \sin\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{u\delta N}(0) - \frac{\pi}{2} \frac{L_g^2}{L_{g1}^2} \cos\left(\pi \frac{\Delta}{L_{cr}}\right) C_{m\alpha N}(0) \right) \right) \quad (B9)$$

där

$$N_{cr}^1 = \sqrt{EI K_u}$$

Koefficienterna C_u och C_m enligt Bilaga C. Notera att sätts dessa koefficienter till noll tillsammans med $\Delta = 0$, erhålls lösningen för en påle med en momentfri påltopp, dvs $M_{1p} = 0$, men tvärkraften är inte noll, dvs $F_{1p} \neq 0$.

- Rörelser i omgivande jord

För att uppfylla randvillkoren i pålspetsen, dvs $u = u' = 0$ då $z \rightarrow \infty$, antas rörelsen i jorden som en exponentialfunktion

$$u_g(z) = \hat{u}_g e^{-\frac{z}{\lambda}} \quad (\text{B10})$$

där $\hat{u}_g$ är förskjutningen i jorden vid påltoppen och $\lambda > 0$ är en parameter som avgör hur avklingningen sker utmed pålens längd. Partikulärlösningarna kan skrivas som

$$u_p(z) = \frac{c\lambda^4}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(C_{u\alpha N}(z) - \frac{L_{g1}}{\lambda} C_{m\beta N}(z) \right) \right) \quad (\text{B11})$$

$$M_p(z) = \frac{K_u \lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \hat{u}_g \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{u\gamma N}(z) + \frac{2\lambda}{L_{g1}} C_{m\delta N}(z) \right) \right) \quad (\text{B12})$$

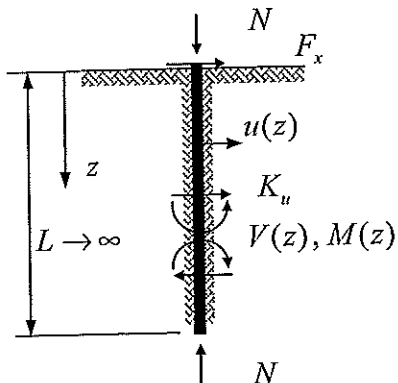
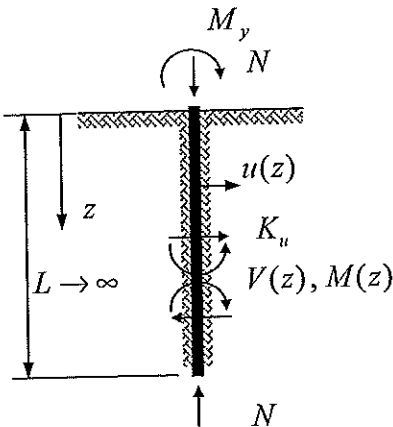
$$V_p(z) = \frac{K_u \lambda^2}{1+b\lambda^2+c\lambda^4} \frac{\hat{u}_g}{\lambda} \left(e^{-\frac{z}{\lambda}} - \left(\frac{-4\lambda^3}{L_{g1}^3} C_{u\delta N}(z) + \frac{2\lambda^2}{L_{g1}^2} C_{m\alpha N}(z) \right) \right) \quad (\text{B13})$$

där koefficienterna b och c definieras enligt (B1) och formfunktioner enligt Bilaga C.

Bilaga C: Elementarfall för transversalbelastade pålar på Winklerbädd

Belastning med krafter och moment

Tabell C1

	Tvärkraftsbelastad påle		Momentbelastad påle	
				
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$\frac{F_x L_g^3}{2 EI} C_{\delta 0}(z)$	$\frac{F_x L_{g1}^3}{2 EI} C_{F \delta N}(z)$	$\frac{M_y L_g^2}{2 EI} C_{\gamma 0}(z)$	$\frac{M_y L_{g1}^2}{2 EI} C_{M \gamma N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-F_x L_g^2}{2 EI} C_{\alpha 0}(z)$	$\frac{-F_x L_{g1}^2}{2 EI} C_{F \alpha N}(z)$	$\frac{-M_y L_g}{EI} C_{\delta 0}(z)$	$\frac{-M_y L_{g1}}{EI} C_{M \delta N}(z)$
$M(z)$	$F_x L_g C_{\beta 0}(z)$	$F_x L_{g1} C_{F \beta N}(z)$	$M_y C_{\alpha 0}(z)$	$M_y C_{M \alpha N}(z)$
$V(z)$	$-F_x C_{\gamma 0}(z)$	$-F_x C_{F \gamma N}(z)$	$\frac{-2 M_y}{L_g} C_{\beta 0}(z)$	$\frac{-2 M_y}{L_{g1}} C_{M \beta N}(z)$

Formfunktioner enligt Tabell C1

Specialfall; $N = 0$:

$$L_g = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_u}} \quad (C1)$$

$$C_{\alpha 0} = e^{-\frac{z}{L_g}} \left(\cos \frac{z}{L_g} + \sin \frac{z}{L_g} \right) \quad C_{\beta 0} = e^{-\frac{z}{L_g}} \sin \frac{z}{L_g} \quad (C2)$$

$$C_{\gamma 0} = e^{-\frac{z}{L_g}} \left(\cos \frac{z}{L_g} - \sin \frac{z}{L_g} \right) \quad C_{\delta 0} = e^{-\frac{z}{L_g}} \cos \frac{z}{L_g} \quad (C3)$$

Specialfall; $N > 0$:

$$b = \frac{N}{EI} > 0 \quad c = \frac{K_u}{EI} \quad \eta^2 = 4c - b^2 > 0 \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\eta}{b}\right) \quad (C4)$$

$$L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c + b}}} \quad L_{g2} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c - b}}} \quad \psi = \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \quad (C5)$$

$$C_{F \alpha N} = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &(\cos \varphi + \psi \sin \varphi) \cos \frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ (-\psi \cos \varphi + \sin \varphi) \sin \frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C6)$$

$$C_{F \beta N} = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &\left(\psi \cos \varphi + \frac{1}{2}(\psi^2 - 1) \sin \varphi \right) \cos \frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ \left(-\frac{1}{2}(\psi^2 - 1) \cos \varphi + \psi \sin \varphi \right) \sin \frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C7)$$

$$C_{F \gamma N} = \frac{(\psi^2 + 1)}{(3\psi^2 - 1)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &(-\psi^2 \cos \varphi + \psi \sin \varphi) \cos \frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ (\psi (2 - \psi^2) \cos \varphi - (2\psi^2 - 1) \sin \varphi) \sin \frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C8)$$

$$C_{F \delta N} = \frac{2}{(3\psi^2 - 1)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\sin \varphi \cos \frac{z}{L_{g1}} - \cos \varphi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C9)$$

$$C_{M\alpha N} = \frac{1}{(3\psi^2-1)(1+\psi^2)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &\left((-5\psi^4+10\psi^2-1)\cos\varphi - \psi(\psi^4-10\psi^2+5)\sin\varphi \right) \cos\frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ \left(\psi(\psi^4-10\psi^2+5)\cos\varphi + (-5\psi^4+10\psi^2-1)\sin\varphi \right) \sin\frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C10)$$

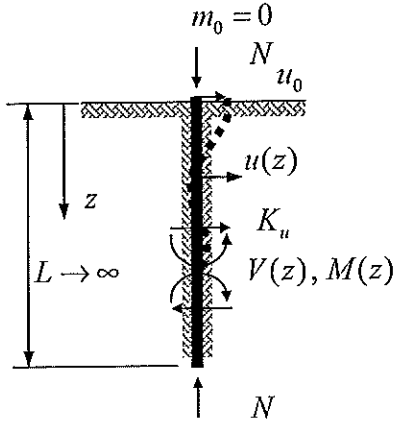
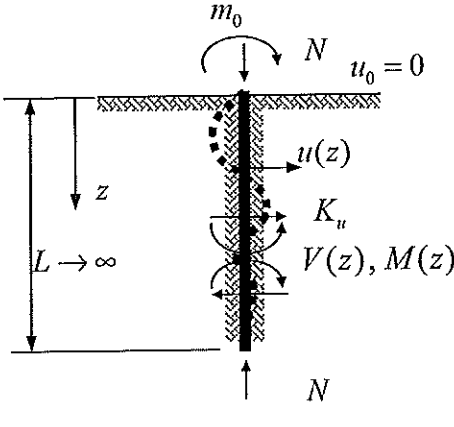
$$C_{M\beta N} = \frac{1}{2(3\psi^2-1)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &\left(2\psi(\psi^2+1)\cos\varphi + (\psi^4-1)\sin\varphi \right) \cos\frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ \left(-(\psi^4-1)\cos\varphi + 2\psi(\psi^2+1)\sin\varphi \right) \sin\frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C11)$$

$$C_{M\gamma N} = \frac{2}{(3\psi^2-1)(1+\psi^2)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &\left((1-3\psi^2)\cos\varphi + \psi(3-\psi^2)\sin\varphi \right) \cos\frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ \left(\psi(3-\psi^2)\cos\varphi + (1-3\psi^2)\sin\varphi \right) \sin\frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C12)$$

$$C_{M\delta N} = \frac{1}{(3\psi^2-1)(1+\psi^2)} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\begin{aligned} &\left(4\psi(1-\psi^2)\cos\varphi - (\psi^4-6\psi^2+1)\sin\varphi \right) \cos\frac{z}{L_{g1}} + \\ &+ \left((\psi^4-6\psi^2+1)\cos\varphi + 4\psi(1-\psi^2)\sin\varphi \right) \sin\frac{z}{L_{g1}} \end{aligned} \right] \quad (C13)$$

Belastning med givna förskjutningar

Tabell C2

	Transversell förskjutning		Rotation	
				
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$u_0 C_{\alpha 0}(z)$	$u_0 C_{u \alpha N}(z)$	$-m_0 L_g C_{\beta 0}(z)$	$-m_0 L_{g1} C_{m \beta N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-u_0}{L_g} C_{\beta 0}(z)$	$\frac{-u_0}{L_{g1}} C_{u \beta N}(z)$	$-m_0 C_{\gamma 0}(z)$	$-m_0 C_{m \gamma N}(z)$
$M(z)$	$-u_0 \frac{2 EI}{L_g^2} C_{\gamma 0}(z)$	$-u_0 \frac{2 EI}{L_{g1}^2} C_{u \gamma N}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_g} C_{\delta 0}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_{g1}} C_{m \delta N}(z)$
$V(z)$	$-u_0 \frac{4 EI}{L_g^3} C_{\delta 0}(z)$	$-u_0 \frac{4 EI}{L_{g1}^3} C_{u \delta N}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_g^2} C_{\alpha 0}(z)$	$m_0 \frac{2 EI}{L_{g1}^2} C_{m \alpha N}(z)$

Formfunktioner enligt Tabell C2

Specialfall; $N = 0$: Se Tabell C1

Specialfall; $N > 0$:

$$b = \frac{N}{EI} > 0 \quad c = \frac{K_u}{EI} \quad \eta^2 = 4c - b^2 > 0 \quad \varphi = \arctan\left(\frac{\eta}{b}\right) \quad (C14)$$

$$L_{g1} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} + b}} \quad L_{g2} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{4c} - b}} \quad \psi = \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \quad (C15)$$

$$C_{u \alpha N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} + \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C16)$$

$$C_{u \beta N} = \frac{1 + \psi^2}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \sin \frac{z}{L_{g1}} \quad (C17)$$

$$C_{u \gamma N} = \frac{1 + \psi^2}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} - \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C18)$$

$$C_{u \delta N} = \frac{1 + \psi^2}{4} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[2 \psi \cos \frac{z}{L_{g1}} - (1 - \psi^2) \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C19)$$

$$C_{m \alpha N} = \frac{(1 + \psi^2)}{2} e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} + \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C20)$$

$$C_{m \beta N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \sin \frac{z}{L_{g1}} \quad (C21)$$

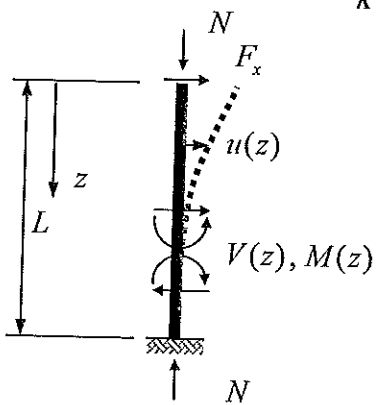
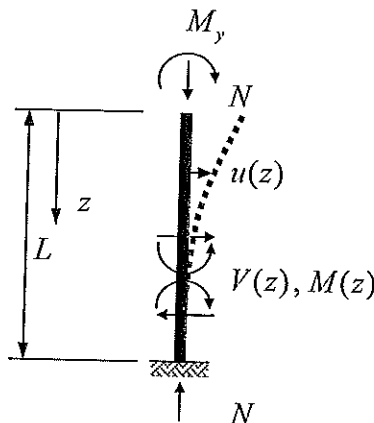
$$C_{m \gamma N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\cos \frac{z}{L_{g1}} - \psi \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C22)$$

$$C_{m \delta N} = e^{-\frac{z}{L_{g2}}} \left[\psi \cos \frac{z}{L_{g1}} + \frac{1}{2} (1 - \psi^2) \sin \frac{z}{L_{g1}} \right] \quad (C23)$$

Bilaga D: Elementarfall för fria transversalbelastade pålar

Konsol -belastning med krafter och moment

Tabell D1

	Tvärkraftsbelastad konsol		Momentbelastad konsol	
				
	$\kappa = \sqrt{\frac{N}{EI}}$ $N > 0$			
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$\frac{F_x L^3}{3 EI} C_{F\lambda 0}(z)$	$\frac{F_x L^3}{3 EI} C_{F\lambda N}(z)$	$\frac{M_y L^2}{2 EI} C_{M\lambda 0}(z)$	$\frac{M_y L^2}{2 EI} C_{M\lambda N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-F_x L^2}{2 EI} C_{F\lambda 0}(z)$	$\frac{-F_x L^2}{2 EI} C_{F\lambda N}(z)$	$\frac{-M_y L}{EI} C_{M\lambda 0}(z)$	$\frac{-M_y L}{EI} C_{M\lambda N}(z)$
$M(z)$	$F_x L C_{F\psi 0}(z)$	$F_x L C_{F\psi N}(z)$	M_y	$M_y C_{M\psi N}(z)$
$V(z)$	$-F_x$	$-F_x$	0	0

Formfunktioner enligt Tabell D1

Specialfall; $N = 0$:

$$C_{F\chi 0}(z) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{z}{L} \right)^3 - 3 \frac{z}{L} + 2 \right) \quad (D1)$$

$$C_{F\lambda 0}(z) = - \left(\frac{z}{L} \right)^2 + 1 \quad (D2)$$

$$C_{F\psi 0}(z) = \frac{z}{L} \quad (D3)$$

$$C_{M\chi 0}(z) = \left(\frac{z}{L} \right)^2 - 2 \frac{z}{L} + 1 \quad (D4)$$

$$C_{M\lambda 0}(z) = - \frac{z}{L} + 1 \quad (D5)$$

Specialfall; $N > 0$:

$$\kappa = \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad N > 0 \quad (D6)$$

$$C_{F\chi N}(z) = \frac{3}{(\kappa L)^3} \left(\frac{\sin \kappa L - \sin \kappa z}{\cos \kappa L} - (\kappa L - \kappa z) \right) \quad (D7)$$

$$C_{F\lambda N}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left(\frac{\cos \kappa z}{\cos \kappa L} - 1 \right) \quad (D8)$$

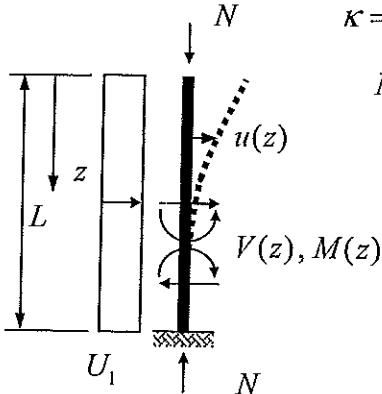
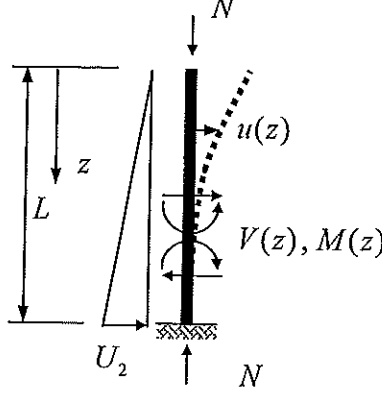
$$C_{F\psi N}(z) = \frac{1}{\kappa L} \frac{\sin \kappa z}{\cos \kappa L} \quad (D9)$$

$$C_{M\chi N}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left((\cos \kappa L - \cos \kappa z) + \tan \kappa L \cdot (\sin \kappa L - \sin \kappa z) \right) \quad (D10)$$

$$C_{M\lambda N}(z) = \frac{1}{\kappa L} (-\sin \kappa z + \tan \kappa L \cdot \cos \kappa z) \quad (D11)$$

$$C_{M\psi N}(z) = \cos \kappa z + \tan \kappa L \sin \kappa z \quad (D12)$$

Tabell D2

	Jämnt utbredd last på konsol		Triangulärt fördelad last på konsol	
				
	$\kappa = \sqrt{\frac{N}{EI}}$ $N > 0$			
	$N = 0$	$N > 0$	$N = 0$	$N > 0$
$u(z)$	$\frac{U_1 L^4}{8 EI} C_{U1\chi 0}(z)$	$\frac{U_1 L^4}{8 EI} C_{U1\chi N}(z)$	$\frac{U_2 L^4}{30 EI} C_{U2\chi 0}(z)$	$\frac{U_2 L^4}{30 EI} C_{U2\chi N}(z)$
$u'(z)$	$\frac{-U_1 L^3}{6 EI} C_{U1\lambda 0}(z)$	$\frac{-U_1 L^3}{6 EI} C_{U1\lambda N}(z)$	$\frac{-U_2 L^3}{24 EI} C_{U2\lambda 0}(z)$	$\frac{-U_2 L^3}{24 EI} C_{U2\lambda N}(z)$
$M(z)$	$\frac{U_1 L^2}{2} C_{U1\psi 0}(z)$	$\frac{U_1 L^2}{2} C_{U1\psi N}(z)$	$\frac{U_2 L^2}{6} C_{U2\psi 0}(z)$	$\frac{U_2 L^2}{6} C_{U2\psi N}(z)$
$V(z)$	$-U_1 L C_{U1\eta 0}(z)$	$-U_1 L C_{U1\eta N}(z)$	$\frac{-U_2 L}{2} C_{U2\eta 0}(z)$	$\frac{-U_2 L}{2} C_{U2\eta N}(z)$

Formfunktioner enligt Tabell D2

Specialfall; $N = 0$:

$$C_{U1\chi0}(z) = \frac{1}{3} \left(\left(\frac{z}{L} \right)^4 - 4 \frac{z}{L} + 3 \right) \quad (\text{D13})$$

$$C_{U1\lambda0}(z) = 1 - \left(\frac{z}{L} \right)^3 \quad (\text{D14})$$

$$C_{U1\psi0}(z) = \left(\frac{z}{L} \right)^2 \quad (\text{D15})$$

$$C_{U1\eta0}(z) = \frac{z}{L} \quad (\text{D16})$$

$$C_{U2\chi0}(z) = \frac{1}{4} \left(\left(\frac{z}{L} \right)^5 - 5 \frac{z}{L} + 4 \right) \quad (\text{D17})$$

$$C_{U2\lambda0}(z) = 1 - \left(\frac{z}{L} \right)^4 \quad (\text{D18})$$

$$C_{U2\psi0}(z) = \left(\frac{z}{L} \right)^3 \quad (\text{D19})$$

$$C_{U2\eta0}(z) = \left(\frac{z}{L} \right)^2 \quad (\text{D20})$$

Specialfall; $N > 0$:

$$C_{U1\chi N}(z) = \frac{8}{(\kappa L)^4} \left(\begin{aligned} &(\cos \kappa z - \cos \kappa L) + \\ &+ (\sin \kappa z - \sin \kappa L) \cdot \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) + \\ &+ \left(\left(\frac{z}{L} \right)^2 - 1 \right) \frac{(\kappa L)^2}{2} \end{aligned} \right) \quad (D21)$$

$$C_{U1\lambda N}(z) = \frac{6}{(\kappa L)^3} \left(\sin \kappa z - \cos \kappa z \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) - \frac{z}{L} \kappa L \right) \quad (D22)$$

$$C_{U1\psi N}(z) = \frac{2}{(\kappa L)^2} \left(-\cos \kappa z - \sin \kappa z \left(\tan \kappa L - \frac{\kappa L}{\cos \kappa L} \right) + 1 \right) \quad (D23)$$

$$C_{U1\eta N}(z) = C_{U1\eta 0}(z) = \frac{z}{L} \quad (D24)$$

$$C_{U2\chi N}(z) = \frac{30}{(\kappa L)^2} \left(\begin{aligned} &\frac{(\sin \kappa z - \sin \kappa L)}{\kappa L \cos \kappa L} \cdot \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{(\kappa L)^2} \right) + \\ &+ \frac{1}{6} \left(\left(\frac{z}{L} \right)^3 - 1 \right) - \frac{1}{(\kappa L)^2} \left(\frac{z}{L} - 1 \right) \end{aligned} \right) \quad (D25)$$

$$C_{U2\lambda N}(z) = \frac{-24}{(\kappa L)^2} \left(\frac{\cos \kappa z}{\cos \kappa L} \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{(\kappa L)^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{L} \right)^2 - \frac{1}{(\kappa L)^2} \right) \quad (D26)$$

$$C_{U2\psi N}(z) = \frac{6}{(\kappa L)^2} \left(\frac{-\kappa L \sin \kappa z}{\cos \kappa L} \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{(\kappa L)^2} \right) + \frac{z}{L} \right) \quad (D27)$$

$$C_{U2\eta N}(z) = C_{U2\eta 0}(z) = \left(\frac{z}{L} \right)^2 \quad (D28)$$



PÅLKOMMISSIONEN

Meddelanden

- 1 Slagningsprov av pålskor med bergdubbar.
Bror Fellenius
1963
- 2 Provpålning för broar inom blivande
Olaskroks- och Gullbergsmoten i samband
med byggande av Europaväg 6 genom
Göteborg.
Bror Fellenius – Waldemar Pejrud
1964 Slut
- 3 Jämförelse mellan moment, krökningsradie
och sprickvidd i betongpålar slagna genom
lös lera till släntberg vid Tingstadsdelen,
Göteborg.
Bror Fellenius
1964
- 4 Pålprovning för järnvägsbro vid Vännäs.
Bror Fellenius
1964 Slut
- 5 Beräkningsmetoder för sidobelastade pålar.
Bengt Broms
1965 Slut
- 6 Brottlast för snett belastade pålar.
Bengt Broms
1965
- 7 Beräkning av vertikala pålars bärförmåga.
Bengt Broms
1965
- 8 Provpålning mot släntberg vid Skansen
Lejonet, Göteborg.
Waldemar Pejrud
1965
- 9 Inverkan av armeringsmängd, förspänning
och fallhöjd på sprickrisken hos betongpålar
vid slagning.
Sven Sahlin
1965
- 10 Bärförmågan hos armerade betongpålar
slagna till fast bergbotten.
Hjalmar Granholm
1967
- 11 Bärförmågan hos pålar slagna till släntberg.
Bengt Broms
1965
- 12 Dynamisk draghållfasthet hos modellpålar av
oarmerad betong. Resultat av orienterade
försök.
Sven Sahlin – Lars Hellman
1966
- 13 Pålgruppers bärförmåga.
Bengt Broms
1967
- 14 Påkänningar, sprickbildning och utmattning
vid slagning av armerade modellpålar av
betong.
Bo Göran Heders – Sven Sahlin
1971
- 15 Bärförmåga hos släntberg vid statisk
belastning av bergspets. Resultat av
modellförsök.
Sven-Erik Rehnman
1968
- 16 Stålpålars bärförmåga. Resultat av fältförsök
med lätta slagdon.
Gunnar Fjellkner
1970
- 17 Bergdubbens hållfasthet. Resultat från
statiska belastningsförsök.
Sven-Erik Rehnman
1970
- 18 Negative skin friction on long piles in clay.
I. Results of a full scale investigation.
II. General views, and design
recommendations.
Bengt H Fellenius
1971
- 19 Damping of stress waves in piles during
driving. Results from field tests.
Gunnar W Fjellkner - Bengt B Broms
1972

Särtryck och preliminära rapporter

- 1 Allowable bearing capacity of initially bent
piles.
Bengt Broms
Referat från pålkommitténs informationsdag
25 okt 1965
- Provbeltning av påle slagen i lera och
friktionsmaterial.
Gunnar Hellström
- Knäcklasten för momentstyvt skarvade pålar
i lera.
Krister Cederwall
1965
- 2 Provbeltning av stödpålar av betong inom
östra Nordstaden, Göteborg. Delrapport.
Gunnar Hellström
1965

3	Bärighet hos släntberg vid statisk belastning av bergspets. Resultat av modellförsök. Sven-Erik Rehnman 1966	18	Pålkraftmätare. Bengt H Fellenius -- Thomas Haagen Negative skin friction for long piles driven in clay. Bengt H Fellenius -- Bengt Broms 1969
4	Om påslagning och påbärighet. (Informationsdagen 14/11 1966) 1967 Slut	19	Datorberäkning av stötvågsförlopp i pålar medelst variation av modellparametrar. Delrapport III Lennart Vilander 1969
5	Resultat av påprovning vid Göteborg C. Bror Fellenius 1955 (omtryckt 1967)	20	Nya pålnormer. Föredrag vid informationsmöte 25/4 1969. Göte Åström -- Per Sahlström -- Erik Sandegren 1969 Slut
6	Om stoppslagning av stödpålar. Lars Hellman 1967	21	Negative skin friction on piles in clay. A literature survey. Bengt H Fellenius 1969
7	Undersökning med syfte att uppställa stopp slagningsregler för stålplåtar slagna med tryckluftshammare. Delrapport 1. Gunnar Fjelkner 1967 Ersatt av Medd 16	22	Deformationsegenskaper hos slagna betongplåtar. Bengt H Fellenius - Torsten Eriksson Friktionsplåtar bärformåga. Resultat från fältförsök i Kanada. Bengt H Fellenius 1969
8	Industriell tillverkning av betongplåtar. Kajsa Sundberg -- Arne Forsell 1968	23	Pålars bärformåga i elastiskt medium under hänsynstagande till egenspanningar i pålmaterialet. Stig Bernander 1969
9	Digitalisering av stötvågsmätningar. Delrapport I Lennart Vilander 1968	24	IVA Pålkommision 1959-1969. Uppsatser utgivna i samband med Pålkommisionens tioårsjubileum 1969
10	Stoppslagning av stålplåtar med lätta slagdon (tryckluftshammare). Delrapport II Gunnar Fjelkner 1968 Ersatt av Medd 16	25	Statistik över antal slagna pålmetrar år 1962, 1966 och 1968 1969 Ersatt av SPR 30
11	Förslag till anvisningar för påprovning och enkel provbelastning. (Andra omarbetade upplagan) 1970	26	Föredrag vid Pålkommisionens jubileumsmöte den 20 november 1969 Den norske pelekomités arbeide. Klaare Flaate Aktuella forskningsbehov inom pålningsområdet. Bengt Broms 1970
12	Tillåtna laster på långa stödpålar av betong i östra Nordstaden, Göteborg. Slutrapport. Gunnar Hellström 1969	27	Rapport från en resa till Mexiko, USA, Kanada och England 23.8-13.9 1969. Bengt H Fellenius 1970
13	Kvarstående förspänningskraft i slagna betongplåtar. Undersökning av pålar från grunden till Silo 68, Köping. Bo-Göran Hellers 1968	28	Mätning av fallhejarens anslagshastighet vid påslagning. Karl-Erik Sundström 1970
14	Föredrag vid Halmstad Järnverks armeringsdag 17/11 1967. Bengt Broms -- Gunnar Sundberg -- Per Möller -- Thorild Blomdahl 1968	29	Studier av en friktionsplåtes verkningssätt Åke Nilsson -- Torbjörn Winqvist 1971
15	Statistik över antal slagna pålmetrar 1962 och 1966. 1968 Ersatt av SPR 30		
16	Friktionsplåtar bärformåga. En studie av utförda provbelastningar. Sven Hultsjö -- Jan Svensson 1969		
17	Ett program för beräkning av stötvågsförloppet vid friktionspålning. Delrapport II Lennart Vålander 1969		

- 30 Statistik över antal slagna pålmetar 1962, 1966, 1968 och 1970.
1971 Ersatt av SPR 38
- 31 Friktionspålning för brostöd nr 2 vid Albysjön, tunnelbana 2 SV, Botkyrkabanan.
Sven-Erik Rehnman
1971
- 32 Aktuellt forskningsbehov för pålområdet i Sverige i juni 1971.
Ulf Bergdahl
1971
- 33 Sättningar vid pålning olika djupgrundläggningsmetoder.
Intryck från pålkonferens
1972
- 34 On the bearing capacity of driven piles.
1972
- 35 Load testing of piles according to the Polish regulations.
B K Mazurkiewicz
1972
- 36 Undersökning av konventionell slagdyna. Beräkningsanalyser och beräkningsresultat för olika fall.
Martti Laine
1972
- 37 Approximativ bestämning av böjstyvheten i ett förspänt, delvis uppsprucket betongtvärsnitt.
Bo-Göran Hellers
1973
- 38 Statistik över antal slagna pålmetar år 1962, 1966, 1968, 1970 och 1972.
1973
- 39 Inventering och sammanställning av utförda böjprovningar med oskarvade och skarvade betongpålmar.
Björn Kvist - Pär Sandin
1973
- 40 Undersökning av avklingande stötvågs utseende efter passage genom dyna med talriksfjädrar.
Bo Larsson
1973
- 41 Om korrosion på stål, speciellt i betongpålmar.
Bengt H Fellenius
1974

Övrigt

Slagning och provbelastning av långa pålar. Försök i Gubbero, Göteborg. (Statens Råd för Byggnadsforskning, rapport 99).

Pålningensprotokoll. Blanketter upprättade enligt Särtryck och preliminära rapporter nr 11. Block om 50 blad Pris per block

- 42 Pålar i lera. En geoteknisk återblick med speciell anknytning till Göteborgs-förhållandena.
Bror Fellenius
1974
- 43 Jordundantäckning vid pålslagning – resultat av modellförsök.
Rainer Massarsch
1974
- 44 Pålning för Silo 68 i Köping. En redovisning av mätresultat.
Ulf Bergdahl – Åke Nilsson
1974

Rapporter

- 45 Aktuellt forskningsbehov för pålområdet i Sverige 1974.
Ulf Bergdahl
1974
- 46 "Root-piles" Small-diameter injected borepiles.
Anton Frank
1975
- 47 Jordgjutna pålar – en redovisning av vanliga metoder.
K Rainer Massarsch
1975
- 48 Svensk statistik över antal tillverkade och slagna pålmetar åren 1962–1974.
1975
- 49 Deformationsmätningar vid slagning av pålar nära en stenmur – resultat av stereofotogrammetriska mätningar.
K Rainer Massarsch – Gunnar Ivmark
1975
- 50 Pålgrundläggning i Sovjetunionen 1976. Soil movements caused by pile driving in clay.
K Rainer Massarsch
1976
- 52 Angelägenheten hos forskningsprojekt inom pålområdet i Sverige 1975 – enkätresultat.
Ulf Bergdahl – Gunnar Ivmark
1977
- 53 Svensk statistik över antal tillverkade och slagna pålmetar åren 1962–1976.
1978
- 54 Pålgrupper med sidomotstånd och inspänning.
Håkan Bredenberg – Bengt Broms
1978
- 55 Rälspålars böjstyvhet – resultat av böjprovningar.
Elvin Ottosson
1979
- 56 Provbeltning av friktionspålmar – En studie av olika provningsmetoder.
U Bergdahl – G Hult
1979

- 57 Swedish Building Code 1975.
Chapter 23.6 Pile Foundations.

Swedish Building Code 1975.
Approval Rules No. 1975:8 Piles
Translated by B Broms
1979
- 58 Grävpålanvisningar.
Dimensionering, utförande och kontroll av
grävda, i jorden gjutna pålar.
1979
- 59 Anvisningar för provpåning med
efterföljande provbelastning.
1980
- 60 Negativ mantelfriktion längs pålar.
Bengt Broms
1979
1980
- 61 Recent pile research.
Activitis of The Swedish Commission
on Pile Research.
Bengt Broms
1980
- 62 Svensk statistik över antal tillverkade och
slagna pålmetrar åren 1962–1978.
1980
- 63 Slagning av betongpålar med tryckluftshejare.
Resultat av fältförsök i Västerås 1973.
Gunnar Fjelkner – Åke Eriksson
– Håkan Bredenberg
1981
- 64 Kohesionspålars bärförmåga.
En studie av utförda provbelastningar på
kohesionspålar av betong.
Ulf Bergdahl – Åke Eriksson – Ture Nilsson
1981
- 65 Swedish Building Code 1980.
Chapter 23.3 Pile Foundations

Swedish Building Code 1975.
Approval Rules No. 1975:8 Piles.
Translated by Bengt Broms, 1981
(in English)
- 66 Svensk statistik över antal tillverkade och
slagna pålmetrar åren 1962–1980.
1982
- 67 Negativ mantelfriktion längs pålar.
Resultat av enkät år 1979.
Lars Bjerin – Jan Fallsvik
1982
- 68 Parameterstudie av olika faktorerers inverkan
på pålars bärförmåga som funktion av
sjunkningen
Carl-John Gräware – Ingemar Hermansson
1982
- 69 Stålpålar - Användningsområden och praxis
för utförande.
Håkan Bredenberg – Ulf Eriksson
– Anders Eriksson – Göran Camitz
1983
- 70 Buller vid pål- och spontslagning.
En studie av mätmetoder, bufternivåer och
bekämpningsåtgärder.
Ove Bennerhult – Ulf Bergdahl
1983
- 71 Svensk statistik över antal tillverkade och
slagna pålmetrar åren 1962–1982.
1983
- 72 Förspänd tallriksfjädderdyna.
Resultat av stötvågsteoretiska studier,
datorsimulering, modell- och
fullskaleprovning.
Bo BergLars
1983
- 73 Svensk pålningsteknik under 1980-talet.
Håkan Bredenberg – Crister Bådholm
– Lars Hellman – Göran Holm
1984
- 74 Skarv för kombinationspålar träbetong.
Resultat av drag- och böjprovningar.
Elvin Ottosson
1984
- 75 Förtillverkade betongpålar.
Förslag till standard med
dimensioneringsunderlag.
1984
- 76 Initialspänningens variation vid pålslagning.
Elisabeth Stensgård – Elisabet Olsson
1984
- 77 Grävpålar i friktionsjord
Anvisningar för dynamisk förbelastning
Bo Berggren - Per-Evert Bengtsson
1985
- 78 Statistik över antal tillverkade och slagna
pålmetrar i Sverige åren 1962–1984
1985
- 79 Expanderkroppar
Anvisningar för dimensionering, utförande
och kontroll
1988
- 80 Statistik över antal tillverkade och slagna
pålmetrar i Sverige åren 1962–1986
1988
- 81 Systempålar
Stödpålar av höghållfasta, korrosions-
skyddade stålrör, slagna med lätta
höghastighetshejare.
Anvisningar för beräkning av
dimensionerande bärförmåga.
Anders Fredriksson – Sven Hultsjö
– Håkan Stille
1989
- 82 β -metoden vid pålberäkning, en förstudie.
Claes Alén – Mats Jansson – Hans Lindgren
– Lars Olsson – Jan Romell
1990
- 83 Beräkning av pålars last-rörelsesamband
med utgångspunkt från sonderingsdata.
Håkan Bredenberg – Staffan Hintze
1990

- 84 Beräkning av dimensionerande bärförmåga för slagna pålar med hänsyn till pålmaterial och omgivande jord.
Per-Evert Bengtsson – Åke Bengtsson
– Anders Fredriksson
1991
- 84a Beräkning av dimensionerande lastkapacitet för slagna pålar med hänsyn till pålmaterial och omgivande jord.
Anders Fredriksson – Per-Evert Bengtsson
– Åke Bengtsson
1995
Ersätter Rapport 84
- 85 Statistik över antal tillverkade och slagna pålmetrar i Sverige åren 1962 – 1989.
1991
- 86 Friktionspålars bärförmåga och last/förskjutningssamband.
Karin Rankka
1991
- 87 Bro C339 över Ekolsundsviken.
Grundläggning på stålörspålar -
konstruktion och arbetsutförande.
Håkan Bredenberg
1991
- 88 Sprickbildning i betongpålar slagna i vatten eller i jordarter med hög permeabilitet.
Stig Bernander
1992
- 89 Integritetskontroll av pålar med stötvågsmätning.
Inemar Hermansson – Jan Romell
– Carl-John Grävare
1992
- 90 Grova stålörspålar – anvisningar för dimensionering, utförande och kontroll.
1993
- 91 Friktionspålar – bärförmågans tillväxt med tiden.
Björn Åstedt – Lars Weiner – Göran Holm
1994
- 92 Datorsimulering av pålslagning.
Bo Berglars – Carl-John Grävare
– Per Löfling – Lars Weiner
1993
- 93 Korrosion och korrosionsskydd av stålålar och stålspont i jord och vatten.
Göran Camitz
1994
- 84a Beräkning av dimensionerande lastkapacitet för slagna pålar med hänsyn till pålmaterial och omgivande jord.
1995
- 94 Standardpålar av betong – lastkapacitet och geoteknisk bärförmåga.
1996
- 95 Omgivningspåverkan vid pål- och spontslagning
Staffan Hintze – Sven Liedberg
– Rainer Massarsch
– Magnus Hanson / Hans Elvhammar
– Björn Lundahl – Sven-Erik Rehnman
1997
- 96:1 Dimensioneringsprinciper för pålar – Lastkapacitet.
1998
- 97 Stålkärnpålar – anvisningar för projektering, dimensionering, utförande och kontroll.
Håkan Bredenberg
2000
- 98 Dimensioneringsanvisningar för slagna, slanka stålålar.
Åke Bengtsson – Bo Berglars
– Sven Hultsjö – Jan Romell
2000
- 99 Vibratorers användningsmöjligheter vid drivning av pålar och spont.
K. Rainer Massarsch
2000
- 100 Kohesionspålar.
Per Eriksson – Leif Jendeby – Tord Olsson
– Tomas Svensson
2004

I september 1959 bildades Pålkommittén för påslagning och påbärighet.

Till grund för kommissionens verksamhet ligger samhällets och branschens behov av forskning och information inom pålningsområdet. Medlemmar är entreprenörer, tillverkare, konsulter, forskare, kommuner samt representanter från olika myndigheter. Organisationen Pålkommissionen, som sammanfogar dessa grupper, är unik i Europa.

Ytterligare upplysningar om Pålkommissionens verksamhet och medlemskap lämnas av kommissionens sekreterare Wilhelm Rankka.

Pålkommissionen

c/o Statens geotekniska institut

581 93 Linköping, Tel: 013-20 18 00, Fax: 013-20 19 14

E-post: wilhelm.rankka@swedgeo.se Internet: www.palkommissionen.org