

INGENJÖRSVETENSKAPSAKADEMIEN
ROYAL SWEDISH ACADEMY OF ENGINEERING SCIENCES

PÅLKOMMISSIONEN

Commission on Pile Research

Pålgrupper med sidomotstånd
och inspänning

Håkan Bredenberg
Bengt Broms

Stockholm 1983



rapport 54

Reviderad

INGENJÖRSVETENSKAPSAKADEMIEN
ROYAL SWEDISH ACADEMY OF ENGINEERING SCIENCES

PÅLKOMMISSIONEN

Commission on Pile Research

Pålgrupper med sidomotstånd och inspanning

Håkan Bredenberg*
Bengt Broms**

(Stockholm 1978) Reviderad 1983

* Tekn. dr.,

** Professor,

Institutionen för Jord- och Bergmekanik,
Tekniska Högskolan, Stockholm

De i rapporten framförda bedömningarna är författarnas och
behöver ej vara Pålkommissionens.

Pris 60:—.



rapport 54

FÖRORD

Pålar för pålgrupper är vanligen ingjutna i en styv plint. Som exempel kan nämnas brostöd och dykdalber. Vid beräkningar antogs tidigare pålarna praktiskt taget alltid ledat infästade i plinten och inverkan av jorden kring pålarna försumrades. Motivet till dessa förenklade beräkningsantaganden var att beräkningarna skulle bli enklare att utföra. Enligt Bronormerna (1976) tillåts emellertid att man utnyttjar jordens sidomotstånd och pålarnas inspänning i plinten. Med tillgång till dator innebär dessa nya och mer realistiska beräkningsförutsättningar ingen extra svårighet.

Utnyttjandet av inspänning och sidomotstånd ger mer ekonomiska konstruktionslösningar och minskat behov av kompletteringspålning efter kontrollberäkningar. I gengäld måste bäddmodulen för jorden kring pålarna bestämmas eller uppskattas och böj- och skjuvspänningar i pålarna kontrollberäknas.

I avsnitt 1 av denna rapport jämförs de tidigare beräkningsförutsättningarna med de nya. I avsnitt 2 redogörs för en beräkningsmetod som befunnits lämplig för beräkning av rymdpålgrupper med inspända pålar och sidomotstånd.

I avsnitt 3 behandlas beräkning av bäddmoduler och val av jordparametrar. I avsnitt 4 diskuteras beräkning av böjmoment och tvärkrafter i enskilda pålar. Ett beräkningsexempel presenteras i avsnitt 5. Som jämförelse har olika sidomotstånd och inspänningsgrad förutsatts.

Den föreslagna beräkningsmetoden visas i Appendix A i dataspråket BASIC. Tanken är inte att redovisa ett fullständigt program för alla tillämpningar. Avsikten har istället varit att underlätta kodning och programmeringsarbete för den som har användning för en subroutine som beräknar plintrörelser och pålkrafter, exempelvis i samband med utformning av ett program för dimensioneringsändamål. Det är vår förhoppning att rapporten skall vara till nytta för alla som sysslar med pålgruppsberäkningar.

Föreliggande rapport utgavs av IVA Pålkommision första gången 1978. Rapporten har rönt stort intresse. Här presenteras därför den andra omarbetade upplagan. Tryckfel som fanns i den första utgåvan har rättats. Vidare har programexemplet omarbetats.

Stockholm mars 1983

Håkan Bredenberg

Bengt Broms

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Sid.

FÖRORD

1	Tidigare förutsättningar	1
2	Beräkningsmetod	2
3	Beräkning av bäddmodul och pålkonstanter	8
4	Beräkning av moment, tvärkraft och kontakttryck	13
5	Exempel	15

APPENDIX A:

BASIC-lista

REFERENSLISTA

1 TIDIGARE FÖRUTSÄTTNINGAR

Vid grundläggning av brostöd och andra liknande konstruktioner används ofta pålning. Pålarna gjuts in i en plint som används som underlag för ramben eller pelare. Dimensionering av pålgrupper styrs i stor utsträckning av föreskrifter i normer och programhandlingar.

I Vägverkets Bronormer från 1969, som gällde fram till 1976/1977, angavs följande beräkningsförutsättningar, vilka ofta kom att gälla även för andra objekt än pålgrupper för brostöd

att pålar skulle antas ledat infästade vid huvud och spets

att jorden kring pålarna endast skulle tillgodoräknas för knäckning och ej för upp-tagande av yttre sidokrafter.

Ett motiv för dessa förenklade antaganden var att minska beräkningsarbetet, som utfördes för hand. Pålgrupper antogs av samma anledning vanligen tvådimensionella med alla pålar lika långa även om den i verkligheten utförda pålgruppen kom att ha mycket varierande pållängder.

I början av 1960-talet började datorer användas i snabbt ökande omfattning för kontrollberäkning av pålgrupper. En sådan datorberäkning av en pålgrupp där pållägena inmätts efter slagning, premierades med en 15%-ig höjning av den tillåtna pållasten. De ovan beskrivna förenklade förutsättningarna bibehölls dock. En nackdel med kombinationen ökad beräkningsskärpa i form av datoranpassad tredimensionell beräkningsmodell och försummande av sidomotstånd samt inspänning var att även små avvikelser i förutsatta pållägen gav stora beräkningsmässiga förändringar av pållasterna. Ett vanligt resultat av en kontrollberäkning blev därför att extra pålar måste slås. Många gånger måste samtidigt plintens dimensioner ökas.

Bronormer 1976

I Vägverkets Bronormer från september 1976 (särtryck ur Vägverkets verksamhetsbok Ao 110:1 Kap. 3.3.2) medges att inspänning och sidomotstånd medräknas under förutsättning att moment och tvärkrafter i pålarna beaktas (03.321, s. 35). De nya förutsättningarna medför

att färre antal pålar krävs vid projektering

att behovet av kompletteringspålning som resultat av kontrollberäkning minskar

att vertikala pålar, exempelvis grävpålar med stor diameter, kan utnyttjas vid pålplintar belastade med horisontalkrafter

att inspänningsgraden för överbyggnaden vid plintens överkant ökar.

Övriga förutsättningar, exempelvis maximalt tillåten axiell pålkraft vid olika pålningsklasser, framgår av normerna. Krav på dokumentation m m för datorberäkning återfinns i normernas avsnitt 02.32. För tillåtna spänningar i betong och armering gäller BBK 79 eller Allmänna Betongbestämmelser B7 från 1968, vilka även tillämpas då knäckning måste beaktas.

2 BERÄKNINGSMETOD

Matriser och vektorer betecknas i det följande med stor bokstav medan motsvarande element respektive komponenter betecknas med liten bokstav. Alla koordinatsystem är ortogonala högersystem. Moment betecknas med en högervidande dubbelpil. Linjärelastiska förhållanden förutsättes.

2.1 Enskild påle

Vid huvudet av en enskild påle q inläggs ett koordinatsystem 1–2–3 med axel 3 i pålens längdriktning. De krafter, moment, translationer och rotationer som uppträder vid pålhuvudet visas i Fig. 1.

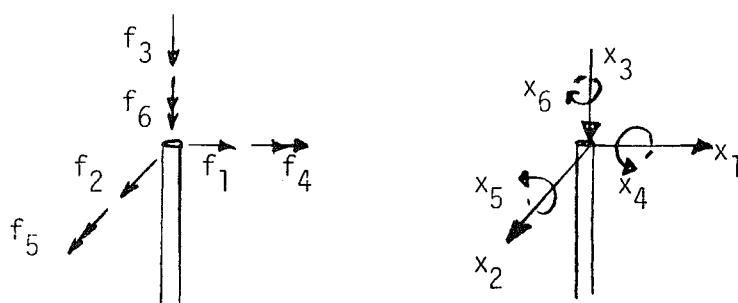


Fig. 1. a) Krafter och moment

b) Translationer och rotationer

Sambandet mellan generaliserade krafter F_q och generaliserade rörelser X_q vid pålhuvudet tecknas

$$F_q = K_q X_q \quad (1)$$

där

$$F_q = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_6 \end{pmatrix}_q ; \quad K_q = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & k_{15} & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ k_{51} & 0 & 0 & 0 & k_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{66} \end{pmatrix}_q ; \quad X_q = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix}_q$$

Här betecknar element k_{ij} således den kraft i riktning "i" som ger pålhuvudet rörelsen en längdenhet i riktning "j".

De generaliserade krafterna F_q vid pålhuvudet i koordinatsystem 1–2–3 transformeras till ett annat system 1'–2'–3' som är parallellt med plintens system. Plintens underyta förutsätts vara horisontell. Riktning 3' väljs vertikal varför planet 1'–2' blir horisontellt.

Om α är pålens horisontella riktningsprojektion och β vinkeln mellan pålriktning och riktning 3' (se Fig. 2) kan sambandet mellan F i 1-2-3 systemet och F' i 1'-2'-3' systemet skrivas

$$F'_{q} = A_q F_q \quad (2)$$

där transformationsmatrisen A_q lyder

$$A_q = \begin{pmatrix} A' & 0 \\ 0 & A' \end{pmatrix} \quad \text{där} \quad A' = \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\alpha & -\sin\alpha & \sin\beta\cos\alpha \\ \cos\beta\sin\alpha & \cos\alpha & \sin\beta\sin\alpha \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}_q$$

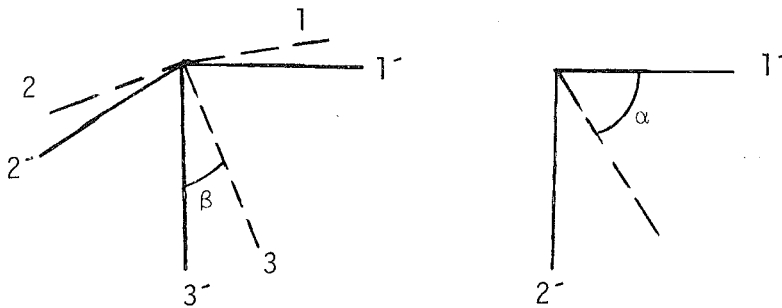


Fig. 2. Samband mellan koordinatsystem vid pålhuvud

Sambandet mellan rörelser i de två koordinatsystemen ges av

$$X_q = A_q^T X'_q \quad (3)$$

där A_q^T betecknar transponat av A_q . Kombineras Ekv. 1, 2 och 3 fås

$$F'_q = A_q K_q A_q^T X'_q \quad (4)$$

2.2 Gruppverkan

För pålplinten inläggs ett koordinatsystem I-II-III med origo i punkt 0. Axel III väljs vertikal. Systemet 1'-2'-3' som har origo vid resp. påle och systemet I-II-III är som nämnts parallella. Den enskilda pålens koordinater i plintens system kallas z_1 , z_2 och z_3 , se Fig. 3.

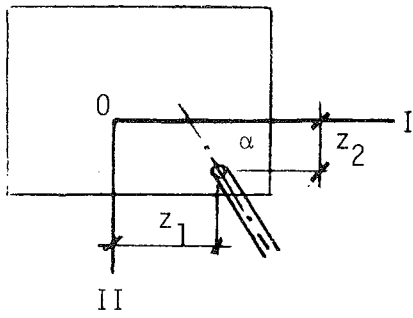
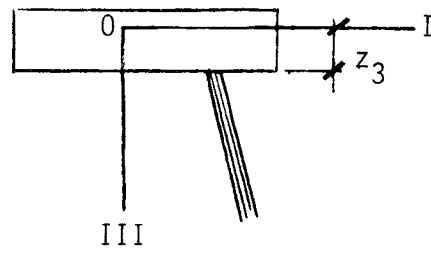


Fig. 3. a) Plan



b) Sektion

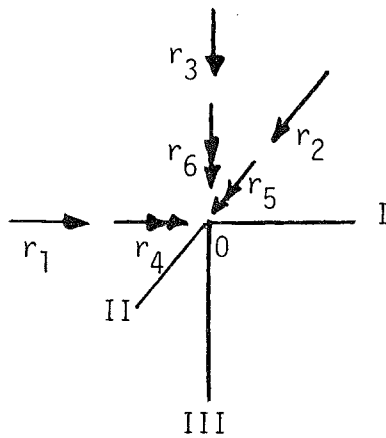
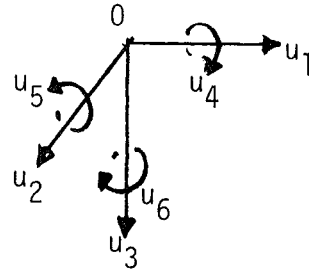


Fig. 4. a) Yttre krafter i plintorigo



b) Plintorigos rörelser

Yttre krafter och moment, R , antages angripa i plintorigo. Resultande rörelser i samma punkt kallas U , se Fig. 4 ovan.

Krafterna F'_q vid pålhuvud q är i jämvikt med kraftvektorn P_q i plintorigo, se Fig. 5 nedan. I matrisform kan detta skrivas

$$P_q = C_q F'_q \quad (5)$$

där

$$C_q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -z_3 & z_2 & m & 0 & 0 \\ z_3 & 0 & -z_1 & 0 & m & 0 \\ -z_2 & z_1 & 0 & 0 & 0 & m \end{pmatrix}_q$$

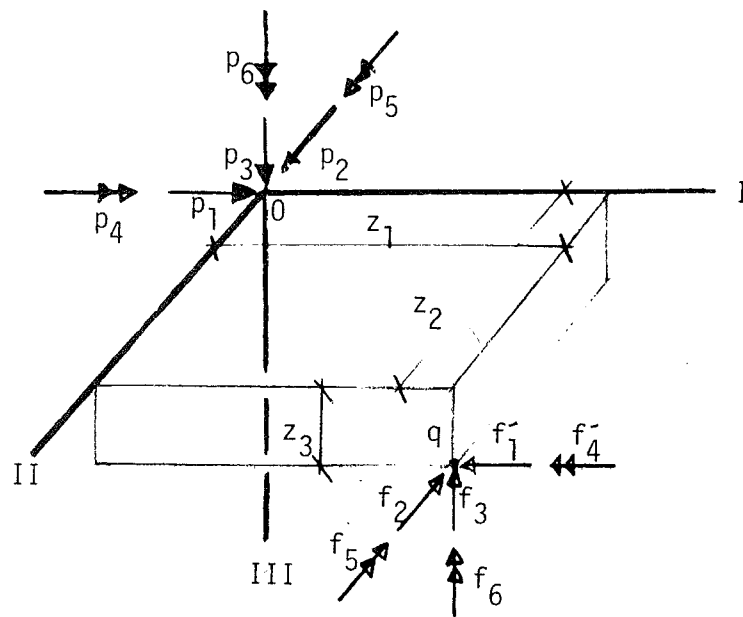


Fig. 5. Samband mellan krafter vid pålhuvud q och plintorigo 0

Inspänningsgraden $m = 0$ anger ledad och $m = 1$ inspänd infästning av påle q i plinten.

Antages plinten vara styv gäller följande samband mellan rörelser X'_q vid pålhuvud q och rörelser U vid plintorigo

$$X'_q = C_q^T U \quad (6)$$

Jämviktsvillkoret att summan av alla pålkrafter skall vara lika med summan av alla yttre krafter ger

$$R = \sum_{q=1}^n P_q$$

där n = antalet pålar i pålgruppen.

Sambandet mellan plintens laster R och rörelser U kan skrivas

$$R = S U \quad (7)$$

där element S_{ij} är den kraft i riktning "i" som ger plinten rörelsen ett i riktning "j" vid plintorigo. Styvhetsmatrisen S är symmetrisk, dvs $S_{ij} = S_{ji}$ och har 6 rader och kolumner. Bidraget till S_{ij} från varje påle erhålls genom insättning av Ekv. 4 och Ekv. 6 i Ekv. 5

$$P_q = C_q A_q K_q A_q^T C_q^T U$$

Sätts $D_q = C_q A_q$ och används relationen $A^T C^T = (CA)^T$ erhålls

$$P_q = S'_q U \quad \text{där} \quad S'_q = D_q K_q D_q^T$$

Villkoret att plintens styvhet skall vara lika med summan av alla pålarnas styvhet ger

$$S = \sum_{q=1}^n S'_q$$

2.3 Plintrörelser, pålrörelser och -krafter

Då den yttre lasten R antages given kan plintens rörelser U beräknas ur Ekv. 7

$$U = S^{-1} R \quad \text{där} \quad S^{-1} \text{ är inversmatris till } S$$

Sedan plintens rörelser beräknats fås påle q 's rörelser vid pålhuvudet genom insättning av Ekv. 6 i Ekv. 3

$$X_q = D_q^T U \quad (8)$$

Insätts X_q i Ekv. 1 erhålls pålkrafterna

$$F_q = K_q X_q \quad (9)$$

2.4 Styvhetsmatrisen S

Styvhetsmatrisen S är positivt semidefinit och vilket innebär att Ekv. 7 kan lösas med de flesta vanliga metoder, exempelvis Gausselimination, utan numeriska problem i form av noggrannhetsförlust eller liknande svårigheter. En förutsättning är dock att pålgruppen är stabil i den meningen att en liten kraft i någon riktning ej förorsakar en stor rörelse hos plinten. En pålgrupp med enbart vertikala pålar utan sidomotstånd uppfyller exempelvis inte detta stabilitetskriterium.

Utnyttjas invertering av styvhetsmatrisen S , vilket är bekvämt särskilt då flera lastfall skall beräknas, skall man alltid kontrollera att den använda beräkningsnoggrannheten är tillräcklig. Detta kan exempelvis ske genom att man i slutet av beräkningen kontrollerar att jämviktsvillkoret att summan av yttre krafter skall vara lika med summan av alla pålkrafter. Lämpligen väljs plintorigot som referenspunkt. Den residualkraft som erhålls utgör ett mått på beräkningsnoggrannheten.

För de flesta i praktiken förekommande pålgrupper, med eller utan sidomotstånd, uppstår dock normalt inga problem av detta slag. Det kan nämnas att fysisk och numerisk stabilitet hör ihop varför ett mått på en pålgrupps stabilitet är värdet på styvhetsmatrisens determinant.

Om beräkningarna utförs utan sidomotstånd och inspänning reduceras matrisdimensionerna (Bredenberg, 1976).

Beräkningsgången framgår av nedanstående flödesschema, jfr även BASIC-program i App.A.

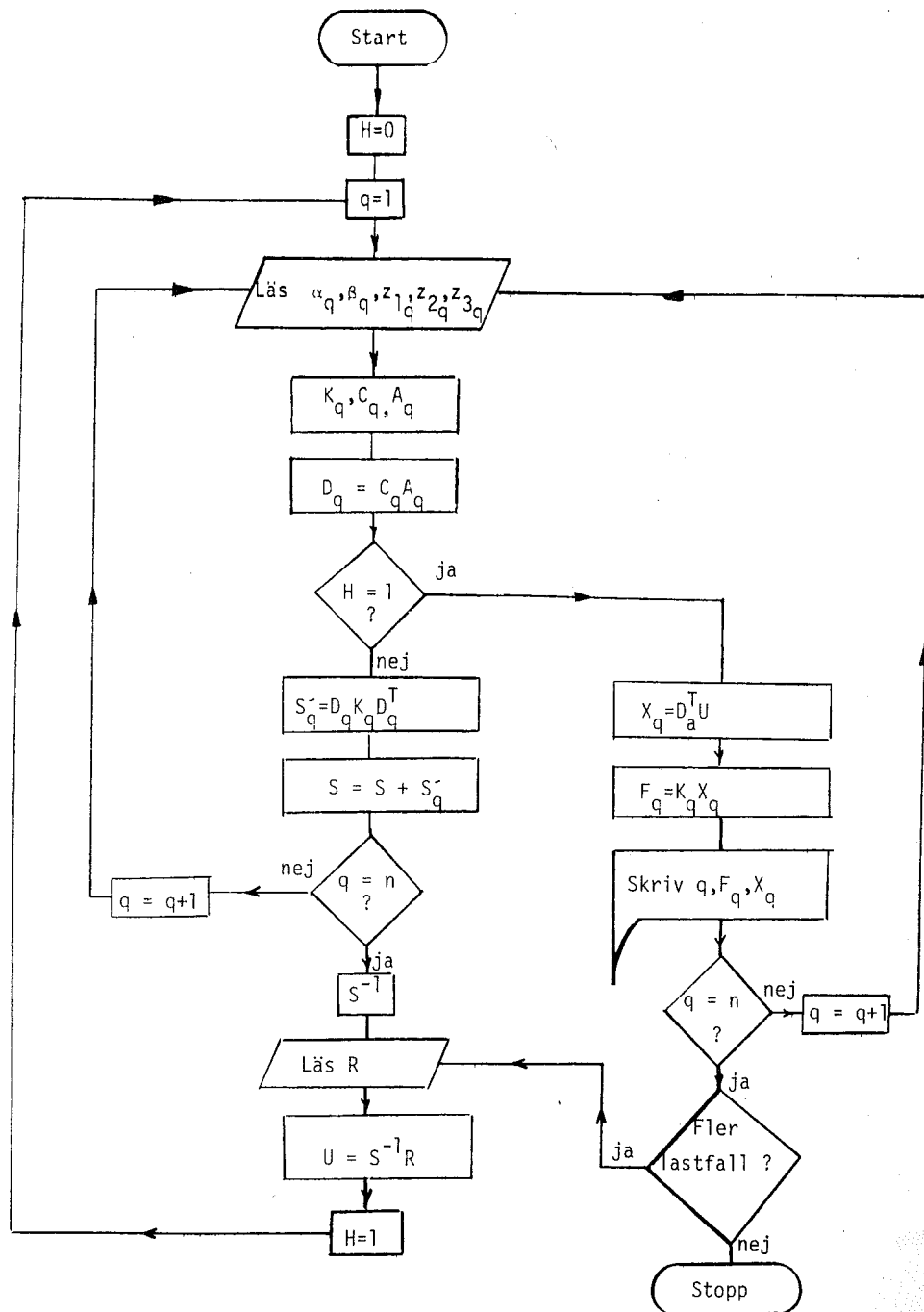


Fig. 6. Flödesschema

3 BERÄKNING AV BÄDDMODUL OCH PÅLKONSTANTER

3.1 Enskild påle

De elastiska pålkonstanter k_{ij} som erfordras för beräkningarna kan tas fram på olika sätt. Exempelvis kan de bestämmas från belastningsförsök. Finns inga sådana resultat aktuella måste pålkonstanterna beräknas med hjälp av antagna egenskaper hos jorden. Nedan visas hur friktions- resp. kohesionsmaterial kan behandlas.

3.1.1 Friktionsmaterial

Bäddmodulen k definieras som det tryck mot jorden som ger rörelsen ett i det tryckta snittet vilket kan uttryckas

$$p = ky$$

där p = trycket mot jorden och y = tvärsnittets sidoförskjutning.

I fortsättningen avses med "bäddmodul" dock produkten kd där d är pålens diameter. För friktionsmaterial antages vanligen att bäddmodulen ökar linjärt med djupet z från värdet noll vid jordlagrets överkant intill pålen

$$(kd)_z = n_h z$$

där tillväxtfaktorn n_h kan väljas enligt tabellen nedan.

TABELL 1. Värdet på n_h enligt Terzaghi (1955)

Relativ lagringstäthet (D_r)	Lös	Normal	Tät
Över grundvattenytan	2.5	7.0	18 MN/m ³
Under grundvattenytan	1.5	4.5	11 MN/m ³

Dessa värden är konservativa. Vid engångsbelastning är det genomsnittliga värdet på n_h ofta 2 till 3 gånger större än värdena i tabellen. Cyklisk belastning påverkar n_h . Inverkan är störst när lagringstätheten är låg. Vid D_r mindre än 0.35 rekommenderas ett värde som är 25% av det som gäller för engångsbelastning. Vid D_r större än 0.65 föreslås 50% och för mellanliggande värden på lagringstätheten 33% av de värden som gäller vid engångsbelastning.

Pålarna betraktas som balkar som är ledat eller inspänt infästade i plinten och är inspända på djupet L_i . Längden L_i beräknas ur uttrycket

$$L_i = 1.8 \sqrt[5]{EI/n_h}$$

där EI är pålens böjstyvhet som förutsättes konstant. En annan förutsättning är att pållängden är minst 4 L_i .

Symmetriska förhållanden förutsätts i fortsättningen för alla pålar, dvs

$$k_{11} = k_{22}$$

$$k_{44} = k_{55}$$

$$k_{15} = k_{51}$$

$$k_{24} = k_{42} = -k_{15}$$

För friktionsmaterial kan pålkonstanterna beräknas ur formlerna

$$k_{11} = (1+3m)3EI/L_i^3$$

$$k_{44} = 4mEI/L_i$$

$$k_{15} = 6mEI/L_i^2$$

$$k_{33} = AE/L$$

$$k_{66} = mJG/L$$

där

$m = 0$ för ledad och $m = 1$ för inspänd infästning

A = påltvärsnittarea

L = pållängd för stödpålar. För friktions- och kohesionspålar väljs L från fall till fall

JG = vridstyvhet för påltvärsnitt. Skruvmodulen G kan sättas till 40% av pålens elasticitetsmodul E . För kvadratisk resp. cirkulärt tvärsnitt är $J = 0.14d^4$ resp. $0.098d^4$.

Beräkningsmetoden förutsätter linjärt elastiska förhållanden. Koefficienten n_h minskar dock i verkligheten med ökande deformation. För att belysa detta förhållande visas i Fig. 7 en sammanställning av ett stort antal horisontellt provbelastade pålar av varierande styvhet i sand med olika lagringstäthet och grundvattennivå.

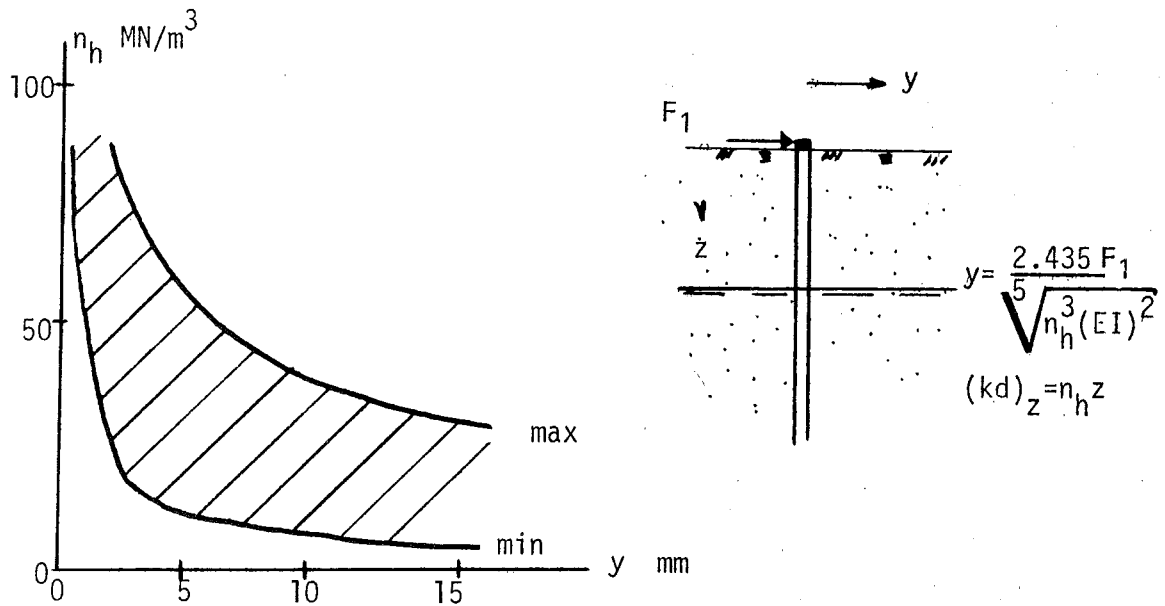


Fig. 7. Resultat från horisontalbelastningsförsök på pålar i sand
Efter Reese (1968)

3.1.2 Kohesionsmaterial

För kohesionsmaterial antages en konstant bäddmodul kd som sätts till

$$kd = \lambda c_u$$

där

c_u = odränerad skjuvhållfasthet

λ = en konstant som sätts till 80 för korttidsbelastning och 20 för långtidsbelastning. Värdet på c_u förutsätts reducerat med hänsyn till aktuell konflytgräns (finlekstal w_F).

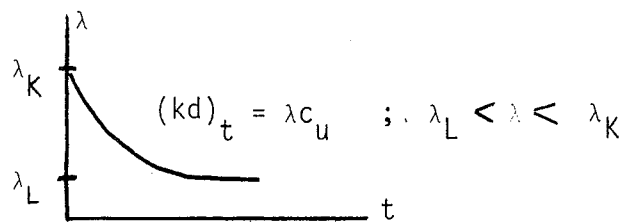


Fig. 8. Samband mellan kd och belastningstid

Genom konsolidering minskar kd med ökad belastningstid till ca 1/4-del av det ursprungliga värdet. En grov uppskattning av kd vid mellanliggande tidpunkter kan erhållas med hjälp av uttrycket

$$(kd)_t = \frac{\lambda_k c_u}{1 + \frac{\lambda_k \sqrt{t}}{\lambda_L d}}$$

där

t = tid i år

d = påldiameter i meter

λ_k och λ_L avser kort- resp. långtidslast enligt Fig. 8.

Vid härledningen har antagits att konsolidering sker i horisontell led intill ett avstånd som motsvarar en påldiameter från pålen. Vidare har konsolideringskoefficienten c_v satts till $1 \text{ m}^2/\text{år}$.

Pålarna kan betraktas som halvoändligt långa balkar på elastiskt underlag under förutsättning att pållängden är minst $3L_e$ där L_e beräknas ur uttrycket

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{kd}}$$

Om pålarna är kortare än $3L_e$ kan formler redovisade av Hetény (1946) tillämpas. Vid oregelbunden variation hos bäddmodulen kan pålen approximativt beräknas som en balk på elastiska stöd med varierande styvhet och på litet inbördes avstånd, Bredenberg (1976).

Under förutsättning att pållängden är minst $3L_e$ kan de elastiska pålkonstanterna beräknas ur uttrycken

$$k_{11} = (1 + m)2EI/L_e^3$$

$$k_{44} = m2EI/L_e$$

$$k_{15} = m2EI/L_e^2$$

k_{33} och k_{66} beräknas som vid friktionsmaterial ovan.

Ibland står pålarna fritt i luft eller vatten, exempelvis vid dykdalber. Är den fria pållängden L_f kan pålkonstanterna beräknas enligt formlerna

$$k_{11} = 3(1 + m(1 + 2g))c/L_e^3$$

$$k_{44} = m(3 + 6g + 6g^2 + 2g^3)c/L_e$$

$$k_{15} = m3(1 + 2g + g^2)c/L_e^2$$

där

$$g = L_f/L_e$$

$$c = 2EI/(3 + 6g + 6g^2 + 2(1+m)g^3 + mg^4)$$

3.1.3 Inspända pålar utan sidomotstånd

Väljs $k_d = 0$ erhålls följande uttryck för pålkonstanterna om pålarna antages inspända i plinten ($m = 1$) och ledat infästade vid spetsen

$$k_{11} = k_{22} = 3EI/L^3$$

$$k_{44} = k_{55} = 3EI/L$$

$$k_{15} = k_{51} = 6EI/L^2$$

$$k_{24} = k_{42} = k_{15}$$

där L betecknar pållängd. Pålkonstanterna k_{33} och k_{66} beräknas enligt ovan.

3.2 Gruppverkan

Ovan angivna metoder att beräkna k_d förutsätter att avståndet mellan närbelägna pålar är minst $3d$ där d betecknar påldiametern. Står pålarna närmare varandra kan värdet på k_d uppskattas med hjälp av Fig. 9.

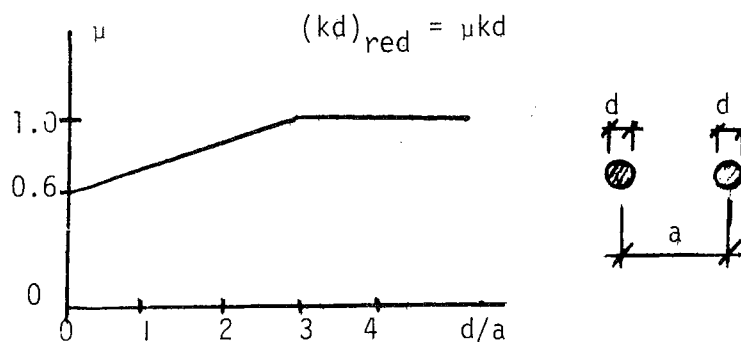


Fig. 9. Samband mellan k_d och pålavstånd

4 BERÄKNING AV MOMENT, TVÄRKRAFT OCH KONTAKTRYCK

Då krafter F_Q och rörelser X_Q beräknats för alla pålskallar återstår att bestämma maximala moment och största tvärkraft i varje påle så att resulterande spänningar i betong och armering kan uträknas och jämföras med tillåtna värden. Vidare beräknas maximalt anliggningstryck mellan jord och påle.

4.1 Axialkraft f_3 och vridmoment f_6

Dessa två storheter kan anses ha konstant värde på den sträcka där kontroll av maximala spänningar är aktuell.

4.2 Maximal tvärkraft f_T

Maximal tvärkraft uppkommer i pålarnas inspänningsnitt och har värdet

$$f_T = \sqrt{f_1^2 - f_2^2}$$

4.3 Maximalt böjmoment f_M

4.3.1 Ledad infästning

Friktionsmaterial $f_M = 0.43 f_T L_i$; på djupet $0.8L_i$ under markytan
 Kohesionsmaterial $f_M = 0.32 f_T L_e$; på djupet $0.8L_e$ under markytan

4.3.2 Inspänd infästning

$$f_M = \sqrt{f_4^2 - f_5^2}$$

4.4 Anliggningstryck

Maximalt anliggningstryck mellan påle och jord framgår av följande tabell. Tillåtna värden kan sättas till 3 a 4 c_u för kohesionsmaterial och 6 $\bar{\sigma}_v$ för friktionsmaterial, där $\bar{\sigma}_v$ är vertikalt effektivtryck på aktuell nivå.

TABELL 2. Maximala anliggningstryck mellan jord och påle

Jord	Infästning	Max. anliggningstryck	Djup under markyta
Friktionsmaterial	Ledad	$1.75 f_T / (L_i d)$	$0.44L_i$
	Inspänd	$1.15 f_T / (L_i d)$	$0.54L_i$
Kohesionsmaterial	Ledad	$2 f_T / (L_e d)$	± 0
	Inspänd	$f_T / (L_e d)$	± 0

4.5 Bäddmodul, pålkonstanter, pålkrafter. Sammanfattning

Beräkningsgången blir i princip följande

- 1) Välj bäddmodul enligt avsnitt 3. Bäddmodulen justeras med avseende på pålavstånd och belastningens karaktär (ständig eller cyklisk belastning, korttids- eller långtidsförhållanden)
- 2) Motsvarande pålkonstanter beräknas. Om pålarna är ledat infästade i plinten är alla element i K-matrisen (s. 2) utom k_{11} , k_{22} och k_{33} lika med noll. Vanligen förutsättes samma sidomotståndsförhållanden och inspänningsgrad för samtliga pålar i en grupp. Skillnader i pållängd bör dock beaktas
- 3) Datakörning ger plintens rörelser samt alla pålrörelser och pålkrafter
- 4) Moment, tvärkraft och kontaktryck beräknas för dimensionerande pålar enligt ovan
- 5) Rörelser och kontaktryck kontrolleras med avseende på den valda bäddmodulen. I vissa fall bör erhållna sidokrafter på pålar även jämföras med motsvarande brottlast som kan beräknas enligt metoder redovisade av Broms (1964a, 1964b)
- 6) Slutligen kontrolleras spänningar i betong och armering. Tillåtna värden och beräkningsförutsättningar för betongtvärsnitt belastade med axialkraft, böjmoment, tvärkraft samt vridmoment framgår av Betongbestämmelserna B7, 1968. För stålpålar gäller Stålnorm -70 (StBk-N1, Suppl. 1) samt i tillämpliga delar Byggsvetsnormen (StBk-N2) samt Svensk Byggnorm 1975 (SBN -75) och motsvarande regler för dimensionering och pålningsutförande (Statens Planverk 1975:8).

5 EXEMPEL

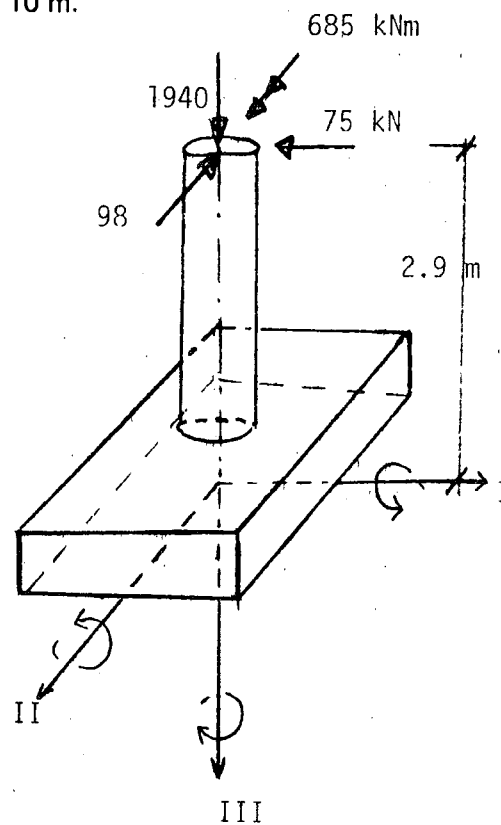
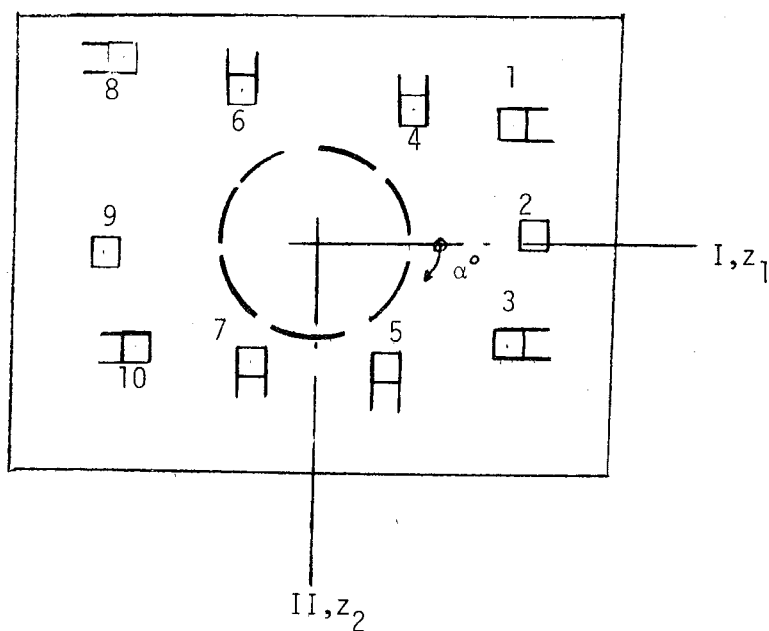
Pålplacering och belastningar framgår av figuren nedan. Ett koordinatsystem inläggs med planet I – II i plintundersidan.

Alla pålar antages vara stödpålar 27 x 27 cm, med längden 10 m.

$E_{\text{betong}} = 3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

Alla pålar antages ha samma avskärningsnivå.

Pålplan



Påldata

Påle	Lutning 1:n	α °	z_1	z_2
1	4.55	0	1.31	- 0.81
2	vertikal	0	1.45	- 0.08
3	4.55	0	1.31	0.64
4	4.17	270	0.47	- 0.90
5	5.00	90	0.65	0.79
6	4.55	270	- 0.52	- 1.03
7	5.00	90	- 0.40	0.80
8	3.85	180	- 1.27	- 1.20
9	vertikal	0	- 1.42	0.09
10	3.33	180	- 1.13	0.67

Lastdata

r_1	=	-75 kN
r_2	=	-98 kN
r_3	=	1940 kN
r_4	=	$-98 \cdot 2.9 = -284$ kNm
r_5	=	$75 \cdot 2.9 + 685 = 902$ kNm
r_6	=	0 kNm

Beräkningar har utförts med olika förutsättningar: Pålarna har dels antagits ledade, dels inspända i plinten. För de båda fallen har lerans skjuvhållfasthet c_u satts till 0,10 resp. 50 kPa. Bäddmodulen k_d har satts till $20 c_u$. Pålkonstanter har beräknats enligt avsnitt 2 och 3. Resultatet visas i tabell nedan.

TABELL 3 visande pålkonstanter t ex pålgrupp i lera

Pålkonstant	Ledad infästning			Inspänd infästning		
	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50$ kPa	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50$ kPa
Elast. längd L_e (m)	∞	4.04	2.70	∞	4.04	2.70
$k_{11} = k_{22}$ (kN/m)	0	404	1350	40	808	2700
$k_{15} = k_{51}$ (kN/m/rad)	0	0	0	797	1630	3645
$k_{24} = k_{42}$ "-	0	0	0	-797	-1630	-3645
k_{33} (kN/m)	218 700	218 700	218 700	218 700	218 700	218 700
$k_{44} = k_{55}$ (kNm/rad)	0	0	0	3986	6581	9842
k_{66} "-	0	0	0	897	897	897

5.1 Resultat

I tabellen nedan redovisas erhållna axialkrafter (kN) för de olika fallen

TABELL 4

Påle nr	Ledad infästning			Inspänd infästning		
	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50 \text{ kPa}$	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50 \text{ kPa}$
1	46	59	73	62	80	92
2	13	22	35	29	48	67
3	193	172	144	173	141	114
4	263	244	219	258	233	213
5	39	57	81	49	76	99
6	368	351	327	359	332	305
7	177	186	198	173	183	192
8	148	172	208	173	215	256
9	422	409	390	400	374	374
10	310	306	302	303	297	293

Som framgår av tabellen ovan medför sidomotstånd och inspänning att axialkrafterna blir mer jämnt fördelade inom pålgruppen. Exemplet är inte valt med tanke på att redovisa ett fall där dessa faktorer har mycket stor inverkan; det är dock inte ovanligt att axiella pållaster kan variera ± 100 à 200 kN beroende på om jord och inspänning beaktas eller ej. Det bör också nämnas att i kontrollberäkningar för verkliga pålgrupper måste pålarnas verkliga längd ingå i beräkningen. Pålängden bestämmer värdet på pålkonstanten k_{33} som har stor inverkan på axialkraften.

Plintens förskjutning q_1 , q_2 och q_3 i mm för de olika fallen framgår av följande tabell.

TABELL 5

Rörelse- komponent (mm)	Ledad infästning			Inspänd infästning		
	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50$ kPa	$c_u = 0$	$c_u = 10$	$c_u = 50$ kPa
q_1	1,9	1,6	1,2	1,5	1,0	0,5
q_2	-4,1	-3,3	-2,4	-3,5	-2,5	-1,5
q_3	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Tabellen visar att plintens rörelser minskar med ökat sidomotstånd och ökad inspänningsgrad. Genom att mäta de verkliga plintrörelserna vid kända yttre laster kan man kontrollera de gjorda antagandena.

Sammanfattning av resultat från exemplet

Exemplet visar att även ett måttligt sidomotstånd kan minska de skillnader i beräknade axialkrafter som ofta medför extra pålar och andra förstärkningsåtgärder efter kontrollberäkning.

Sidomotstånd, med eller utan samtidig inspänning, förorsakar moment och tvärkrafter i pålarna. Motsvarande spänningar skall jämföras med tillåtna värden.

Pålarna i en pålgrupp bör beräknas med realistiska antaganden om sidomotstånd och inspänningsförhållanden, dels för att få en bättre överensstämmelse mellan beräkning och verklighet, dels för att bättre kunna utnyttja pålarna.

BASIC-LISTA

LIST

```

100 REM Pålgruppsprogram för beräkning av rymdpålgrupper enligt IVA-
110 REM Pålkommissionens RAPPORT 54, uppdaterad 1983.
120 REM
130 REM Stockholm mars 1983
140 REM Håkan Bredenberg, Inst. för Jord- och Bergmekanik
150 REM Konstl. Tekn. Högskolan, 100 44 Stockholm
160 REM
170 REM
180 DIM A(6,6), K(6,6), C(6,6), S(6,6), Q(6), E(6,6), F(6,6), V(6,6), G(6,6)
190 DIM R(6), P(6), T(6,6), X(6,6)
200 REM
210 PRINT "GE ELASTISKA PÅLKONST. K11, K15, K33, K44, K66"
220 INPUT K(1,1), K(1,5), K(3,3), K(4,4), K(6,6)
230 REM
240 REM N=PÅLANTAL. M=0 MOTSVARAR LEDAD PÅLINFÄSTNING. M=1 INSP.
250 REM
260 N=10:M=0
270 PRINT "GEOMETRISKA PÅL-DATA"
280 FOR I=1 TO N
290 GO SUB 320
300 NEXT I
310 GO TO 430
320 READ Z1, Z2, H1, A1: X3=ATN(1/H1): X4=PI*A1/180
330 IF Y=0 THEN PRINT Z1, Z2, H1, A1
340 C1=SIN(X3): C2=A(3,3)=A(6,6)=COS(X3): C3=SIN(X4): C4=A(2,2)=A(5,5)=COS(X4)
350 A(1,1)=A(4,4)=C2*C4: A(1,2)=A(4,5)=-C3: A(1,3)=A(4,6)=C1*C4
360 A(2,1)=A(5,4)=C2*C3: A(2,3)=A(5,6)=C1*C3: A(3,1)=A(6,4)=-C1
370 K(2,2)=K(1,1): K(5,5)=K(4,4): K(2,4)=K(4,2)=-K(1,5): K(5,1)=K(1,5)
380 MAT C=IDN
390 C(4,3)=Z2: C(4,4)=C(5,5): C(6,6)=M: C(5,3)=-Z1: C(6,1)=-Z2: C(6,2)=Z1
400 MAT D=C*A: MATE=TRN(D)
410 IF Y=1 THEN RETURN
420 MAT F=K*E: MAT G=D*F: MAT S=S+G: RETURN
430 REM
440 PRINT "STYVHETSMATRIS"
450 REM
460 MAT PRINT S: MAT T = S
470 REM
480 PRINT "FLEXIBILITETSMATRIS = INVERTERAD STYVHETSMATRIS"
490 REM
500 MAT S=INV(T): MAT PRINT S:
510 REM
530 PRINT "STYVHETSMATRIS * FLEXIBILITETSMATRIS"
540 REM
550 MAT X=S*T: MAT PRINT X:
555 REM
560 PRINT "LASTDATA"
570 REM
580 R(1)=-75: R(2)=-98: R(3)=1940: R(4)=-284: R(5)=902: R(6)=0
590 MAT PRINT R
610 REM
620 PRINT "PLINTENS RÖRELSER"
630 MAT Q=S*R: MAT PRINT Q
640 REM
650 Y=1: RESET

```



```
660 REM
670 PRINT "PALKRAFTER"
680 REM
690 FOR I=1 TO N
700 GOSUB 320
710 MAT V=E*Q:MAT P=K*V
720 FOR J=1 TO 6
730 PRINT INT(P(J));"      ";
740 NEXT J
750 PRINT
760 NEXT I
770 PRINT
780 REM
790 REM INDATA      FORMATET SKALL VARA X1,X2,LUTNING,RIKTNING
800 REM
810 DATA 1.31,-.81,4.55,0
820 DATA 1.45,-.08,10000,0
830 DATA 1.31,.64,4.55,0
840 DATA .47,-.90,4.17,270
850 DATA .65,.79,5.00,90
860 DATA -.52,-1.03,4.55,270
870 DATA -.40,.80,5.00,90
880 DATA -1.27,-1.20,3.85,180
890 DATA -1.42,.09,10000,0
900 DATA -1.13,.67,3.33,180
910 END
READY
```

RUN

GE ELASTISKA PÅLKONST. K11,K15,K33,K44,K66

?0,0,218700,0,0

GEOMETRISKA PÅL-DATA

1.31	-0.81	4.55	0
1.45	-0.08	10000	0
1.31	0.64	4.55	0
0.47	-0.9	4.17	270
0.65	0.79	5	90
-0.52	-1.03	4.55	270
-0.4	0.8	5	90
-1.27	-1.2	3.85	180
-1.42	0.09	10000	0
-1.13	0.67	3.33	180

STYVHETSMATRIS

52067.4	2.11029E-05	-21711.9	15700.8	-255788	6178.67
2.11029E-05	38793.3	-11329.8	158733	-11047.9	2452.48
-21711.9	-11329.8	2.09614E+06	-211373	-107557	-4652.94
15700.8	158733	-211373	1.26525E+06	-125523	59367.3
-255788	-11047.9	-107557	-125523	2.42803E+06	-46851.3
6178.67	2452.48	-4652.94	59367.3	-46851.3	49015.9

FLEXIBILITETSMATRIS = INVERTERAD STYVHETSMATRIS

4.08153E-05	2.46882E-06	6.3075E-07	-2.4609E-07	4.31102E-06	-7.899E-07
2.46882E-06	5.50392E-05	-3.83362E-07	-7.25377E-06	2.32507E-07	5.90646E-06
6.3075E-07	-3.83362E-07	4.99892E-07	1.37193E-07	9.21861E-08	-9.09248E-08
-2.4609E-07	-7.25377E-06	1.37193E-07	1.81051E-06	6.4034E-09	-1.77976E-06
4.31102E-06	2.32507E-07	9.21861E-08	6.4034E-09	8.7697E-07	2.84181E-07
-7.899E-07	5.90646E-06	-9.09248E-08	-1.77976E-06	2.84181E-07	2.26242E-05

STYVHETSMATRIS * FLEXIBILITETSMATRIS

1	3.22871E-11	-9.03128E-10	-4.80213E-10	1.94268E-08	-4.36557E-11
8.73115E-11	1	-2.20462E-09	1.32713E-08	-8.14907E-10	-2.32831E-10
-1.79625E-11	-2.57501E-11	1	-1.0732E-10	4.05635E-10	-9.09495E-12
2.18279E-11	-1.81899E-11	1.49157E-10	1	-5.82077E-11	1.74623E-10
1.08685E-10	7.50333E-12	-2.86491E-11	-3.63798E-11	1	-3.27418E-11
-5.82077E-11	2.91038E-11	-1.45519E-10	0	0	1

LASTDATA

-75
-98
1940
-284
902
0

PLINTENS RÖRELSER

1.87899E-03
-4.05294E-03
1.00424E-03
4.87071E-04
6.21937E-04
6.57989E-05

PÅLKRAFTER

0	0	46	0	0	0
0	0	13	0	0	0
0	0	193	0	0	0
0	0	263	0	0	0
0	0	39	0	0	0
0	0	368	0	0	0
0	0	177	0	0	0
0	0	148	0	0	0
0	0	422	0	0	0
0	0	310	0	0	0

READY

REFERENSLISTA

- HETÉNY, M., 1946. Beams on elastic foundation. Univ. of Michigan.
- REESE, L.C. & MATLOCK, H., 1956. Non-dimensional solutions for laterally loaded piles with soil modulus assumed proportional to depth. Proc. 8. Texas conf. on Soil Mech. a. Found. Engng. Austin, Texas.
- TERZAHGI, K., 1955. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. Geotechnique, Vol.5, pp. 297-326, London.
- BROMS, B.B., 1965a. Beräkning av pålar vid olika belastningsförhållanden. SGI Särtr. och Prel. Rapp. No. 9, pp. 2-15.
- BROMS, B. B., 1965b. Design of laterally loaded piles. J. of the Soil Mech. a. Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 91, No. SM3, pp. 79-98.
- BROMS, B. B., 1964a. Lateral resistance of piles in cohesionless soils. J. of the Soil Mech. a. Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 90, No. SM3, pp. 123-156.
- BROMS, B. B., 1964b. Lateral resistance of piles in cohesive soils. J. of the Soil Mech. a. Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 90, No. SM2, pp. 27-63.
- BREDENBERG, H., 1976. Beräkning av balkar på elastiska stöd. Byggmästaren, Vol. 55, No. 10, pp. 36-44.
- BREDENBERG, H., 1976. Beräkning av rymdpålgrupper. Byggmästaren, Vol. 55, No. 11, pp. 32-34.



Utgivna handlingar

Meddelanden

1	Slagningsprov av pålskor med bergdubbar Bror Fellenius 1963	10:--	14	Påkänningar, sprickbildning och utmattning vid slagning av armerade modellpålar av betong Bo Göran Hellers — Sven Sahlén 1971	30:--
2	Provpålning för broar inom blivande Olskroks- och Gullbergsmoten i samband med byggande av Europaväg 6 genom Göteborg Bror Fellenius — Waldemar Pejrud 1964	Slut	15	Bärförmåga hos släntberg vid statisk belastning av bergspets. Resultat av modellförsök Sven-Erik Rehnman 1968	15:--
3	Jämförelse mellan moment, krökningsradie och sprickvidd i betongpålar slagna genom lös lera till släntberg vid Tingstadsdelen, Göteborg Bror Fellenius 1964	10:--	16	Stålpålars bärförmåga. Resultat av fältförsök med lätta slagdon Gunnar Fjelkner 1970	30:--
4	Pålprovning för järnvägsbro vid Vännäs Bror Fellenius 1964	Slut	17	Bergdubbens hållfasthet. Resultat från statiska belastningsförsök Sven-Erik Rehnman 1970	20:--
5	Beräkningsmetoder för sidobelastade pålar Bengt Broms 1965	Slut	18	Negative skin friction on long piles in clay. I. Results of a full scale investigation II. General views and design recommendations Bengt H Fellenius 1971	30:--
6	Brottlast för snett belastade pålar Bengt Broms 1965	10:--	19	Damping of stress waves in piles during driving. Results from field tests Gunnar W Fjelkner — Bengt B Broms 1972	30:--
7	Beräkning av vertikala pålars bärförmåga Bengt Broms 1965	10:--		<i>Särtryck och prelliminära rapporter</i>	
8	Provpålning mot släntberg vid Skansen Lejonet, Göteborg Waldemar Pejrud 1965	25:--	1	Allowable bearing capacity of initially bent piles Bengt Broms Referat från pålkommitténs informationsdag 25 okt 1965	
9	Inverkan av armeringsmängd, förspänning och fallhöjd på sprickrisken hos betongpålar vid slagning Sven Sahlén 1965	15:--		Provbelastning av påle slagen i lera och frik- tionsmaterial Gunnar Hellström	
10	Bärförmågan hos armerade betongpålar slagna till fast bergbotten Hjalmar Granholm 1967	20:--		Knäcklasten för momentstyvt skarvade pålar i lera Krister Cederwall 1965	10:--
11	Bärförmågan hos pålar slagna till släntberg Bengt Broms 1965	15:--	2	Provbelastning av stödpålar av betong inom östra Nordstaden, Göteborg. Delrapport Gunnar Hellström 1965	5:--
12	Dynamisk draghållfasthet hos modellpålar av oarmerad betong. Resultat av orienterande försök Sven Sahlén — Lars Hellman 1966	15:--	3	Bärighet hos släntberg vid statisk belastning av bergspets. Resultat av modellförsök Sven-Erik Rehnman 1966	5:--
13	Pålgruppers bärförmåga Bengt Broms 1967	10:--	4	Om pålslagning och pålbärighet (Informa- tionsdagen 14/11 1966) 1967	Slut

5	Resultat av pålprovning vid Göteborg C Bror Fellenius 1955 (omtryckt 1967)	20:--	19	Datorberäkning av stötvägsförlopp i pålar medelst variation av modellparametrar. Delrapport III Lennart Vilander 1969	15:--
6	Om stoppslagning av stödpålar Lars Hellman 1967	5:--	20	Nya pålnormer. Föredrag vid informations- möte 25/4 1969 Göte Åström — Per Sahlström — Erik Sandegren 1969	Slut
7	Undersökning med syfte att uppställa stopp- slagningsregler för stålålar slagna med tryck- lufthammare. Delrapport I. Gunnar Fjelkner 1967	Ersatt av Medd 16	21	Negative skin friction on piles in clay. A literature survey Bengt H Fellenius 1969	20:--
8	Industriell tillverkning av betongpålar Kajsa Sundberg — Arne Forsell 1968	10:--	22	Deformationsegenskaper hos slagna betong- pålar Bengt H Fellenius — Torsten Eriksson Friktionspålar bärformåga. Resultat från fältförsök i Kanada Bengt H Fellenius 1969	20:--
9	Digitalisering av stötvågsmätningar. Delrapport I Lennart Vilander 1968	5:--	23	Pålar bärformåga i elastiskt medium under hänsynstagande till egenspanningar i pål- materialet Stig Bernander 1969	20:--
10	Stoppslagning av stålålar med lätta slagdon (trycklufthammare). Delrapport II Gunnar Fjelkner 1968	Ersatt av Medd 16	24	IVA:s Pålkommision 1959—1969. Uppsatser utgivna i samband med Pålkommisionens tioårsjubileum 1969	20:--
11	Förslag till anvisningar för pålprovning och enkel provbelastning. (Andra omarbetade upplagan) 1970	20:--	25	Statistik över antal slagna pålmeter år 1962, 1966 och 1968 1969	Ersatt av SPR 30
12	Tillåtna laster på långa stödpålar av betong i östra Nordstaden, Göteborg. Slutrapport Gunnar Hellström 1969	15:--	26	Föredrag vid Pålkommisionens jubileums- möte den 20 november 1969 Den norske pelekomités arbeide Kaare Flaate Aktuella forskningsbehov inom pålnings- området Bengt Broms 1970	20:--
13	Kvarstående förspänningskraft i slagna betongpålar. Undersökning av pålar från grunden till Silo 68, Köping Bo-Göran Hellers 1968	5:--	27	Rapport från en resa till Mexiko, USA, Kanada och England 23.8—13.9 1969 Bengt H Fellenius 1970	20:--
14	Föredrag vid Halmstad Järnverks armerings- dag 17/11 1967 Bengt Broms — Gunnar Sundberg — Per Möller — Thorild Blomdahl 1968	5:--	28	Mätning av fallhejares anslagshastighet vid pålslagning Karl-Erik Sundström 1970	15:--
15	Statistik över antal slagna pålmeter 1962 och 1966 1968	Ersatt av SPR 30	29	Studier av en friktionspåles verkningssätt Åke Nilsson — Torbjörn Winqvist 1971	25:--
16	Friktionspålar bärformåga. En studie av utförda provbelastningar Sven Hultsjö — Jan Svensson 1969	25:--	30	Statistik över antal slagna pålmeter 1962, 1966, 1968 och 1970 1971	Ersatt av SPR 38
17	Ett program för beräkning av stötvägsför- loppet vid friktionspålning. Delrapport II Lennart Vilander 1969	15:--			
18	Pålkraftmätare Bengt H Fellenius — Thomas Haagen Negative skin friction for long piles driven in clay Bengt H Fellenius — Bengt Broms 1969	15:--			

31	Friktionspålning för brostöd nr 2 vid Albysjön, tunnelbana 2 SV, Botkyrkabanan Sven-Erik Rehnman 1971	25:--	42	Pålar i lera. En geoteknisk återblick med speciell anknötning till Göteborgs-förhållandena Bror Fellenius 1974	15:--
32	Aktuellt forskningsbehov för pålområdet i Sverige i juni 1971 Ulf Bergdahl 1971	15:--	43	Jordundanträngning vid påslagning – resultat av modellförsök Rainer Massarsch 1974	20:--
33	Sättningar vid pålning olika djupgrundläggningsmetoder Intryck från pålkonferens 1972	20:--	44	Pålning för Silo 68 i Köping. En redovisning av mätresultat Ulf Bergdahl – Åke Nilsson 1974	20:--
34	On the bearing capacity of driven piles 1972	20:--		<i>Rapporter</i>	
35	Load testing of piles according to the polish regulations B K Mazurkiewicz 1972	15:--	45	Aktuellt forskningsbehov för pålområdet i Sverige 1974 Ulf Bergdahl 1974	20:--
36	Undersökning av konventionell slagdyna. Beräkningsanalyser och beräkningsresultat för olika fall Martti Laine 1972	15:--	46	»Root-piles» Small-diameter injected borepiles Anton Frank 1975	15:--
37	Approximativ bestämning av böjstyvheten i ett förspänt, delvis uppsprucket betongtvärsnitt Bo-Göran Hellers 1973	15:--	47	Jordgjutna pålar – en redovisning av vanliga metoder K Rainer Massarsch 1975	30:--
38	Statistik över antal slagna pålmetrar år 1962, 1966, 1968, 1970 och 1972 1973	10:--	48	Svensk statistik över antal tillverkade och slagna pålmetrar åren 1962–1974 1975	20:--
39	Inventering och sammanställning av utförda böjprovningar med oskarvade och skarvade betongpålar Björn Kvist – Pär Sandin 1973	20:--	49	Deformationsmätningar vid slagning av pålar nära en stenmur – resultat av stereofotogrammetriska mätningar K Rainer Massarsch – Gunnar Ivmark 1975	25:--
40	Undersökning av avklingande stötvågs utseende efter passage genom dyna med tallriksfjädrar Bo Larsson 1973	20:--	50	Pålgrundläggning i Sovjetunionen 1976	25:--
41	Om korrosion på stål, speciellt i betongpålar Bengt H Fellenius 1974	15:--	51	Soil movements caused by pile driving in clay K Rainer Massarsch 1976	50:--
	<i>Övrigt</i>		52	Angelägenheten hos forskningsprojekt inom pålområdet i Sverige 1975 – enkätresultat Ulf Bergdahl – Gunnar Ivmark 1977	15:--
	Slagning och provbelastning av långa pålar. Försök i Gubbero, Göteborg. (Statens Råd för Byggnadsforskning, rapport 99)	35:--	53	Svensk statistik över antal tillverkade och slagna pålmetrar åren 1962–1976 1978	20:--
	Pålningssprotokoll. Blanketter upprättade enligt Särtryck och preliminära rapporter nr 11. Block om 50 blad Pris per block	10:--	54	Pålgrupper med sidomotstånd och inspanning 1978 Reviderad 1983	40:-- 60:--